



TESIS - SS14 2501

**ESTIMASI INTERVAL KURVA REGRESI
NONPARAMETRIK SPLINE TRUNCATED
MULTIVARIABEL**

(Studi Kasus : Data Indeks Demokrasi Indonesia)

SUPRAPTO
NRP. 06211650017001

DOSEN PEMBIMBING :
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.

PROGRAM PASCASARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018



THESIS -SS14 2501

INTERVAL ESTIMATION FOR NONPARAMETRIC MODEL USING SPLINE TRUNCATED MULTIVARIABLES REGRESSION

(Case Study : Data of Indonesia Democracy Index)

SUPRAPTO
NRP. 06211650017001

SUPERVISORS :
Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTMENT OF STATISTICS
FAKULTY OF MATHEMATICS, COMPUTATION, AND DATA SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2018

**ESTIMASI INTERVAL KURVA REGRESI
NONPARAMETRIK SPLINE TRUNCATED
MULTIVARIABEL**

(Studi Kasus : Data Indeks Demokrasi Indonesia)

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Oleh:

**SUPRAPTO
NRP. 06211650017001**

Tanggal Ujian : 12 Januari 2018
Periode Wisuda : Maret 2018

Disetujui Oleh:

1. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
NIP. 19650603 198903 1 003

(Pembimbing I)

2. Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.
NIP. 19700910 199702 2 001

(Pembimbing II)

3. Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D.
NIP. 19750115 199903 2 003

(Penguji)

4. Dr. Tiodora Hadumaon Siagian, M.Pop.Hum.Res.
NIP. 19700112 199112 2 001

(Penguji)



Dekan
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.
NIP. 19650605 198903 1 002

**ESTIMASI INTERVAL KURVA REGRESI NONPARAMETRIK
SPLINE TRUNCATED MULTIVARIABEL
(Studi Kasus : Data Indeks Demokrasi Indonesia)**

Nama Mahasiswa : Suprpto
NRP : 06211650017001
Pembimbing : Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
Co-Pembimbing : Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.

ABSTRAK

Analisis regresi merupakan metode statistik dari suatu fungsi regresi atau kurva regresi. Salah satu tujuan utama analisis regresi adalah bagaimana mendapatkan estimasi titik dan estimasi interval untuk parameter ataupun kurva regresi. Tujuan penelitian ini adalah mengkaji estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan metode *maximum likelihood* dan *pivotal quantity* untuk kasus varians populasi σ^2 tidak diketahui dan dari hasil kajian teoritis diperoleh *pivotal quantity* $T_i(\underline{x}, \underline{y}) \sim t_{n-(1+p+pr)}$, dimana n adalah banyaknya observasi, p adalah banyaknya variabel prediktor nonparametrik, r adalah banyaknya knot, untuk $i = 1, 2, \dots, n$. Estimasi interval terpendek kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel berukuran $1 - \alpha$, dengan $0 < \alpha < 1$, dan α merupakan taraf signifikansi, diperoleh melalui proses optimasi dengan metode *Lagrange multipliers* dengan hasil adalah

$$P\left(\hat{f}_i(\underline{x}) - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-(1+p+pr)\right)} \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n-(1+p+pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-(1+p+pr)\right)} \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n-(1+p+pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}\right) = 1 - \alpha.$$

Penerapan untuk estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dilakukan pada data Indeks Demokrasi Indonesia (IDI) Tahun 2015. Metode pemilihan titik knot optimum menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Model terbaik yang terbentuk adalah model menggunakan tiga titik knot (3,3,3,3,3) yang mempunyai koefisien determinasi (R^2) sebesar 97,04%. Estimasi interval skor IDI 2015 yang terbentuk dalam sudut pandang estimasi pesimistis menunjukkan Yogyakarta, Kalimantan Timur, dan Kalimantan Utara mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dari kategori tinggi ke sedang, Maluku Utara mengalami degradasi dari sedang ke buruk, sedangkan Papua Barat dan Papua masih berkuat dalam kategori buruk.

Kata kunci : Estimasi Interval, IDI, *Lagrange Multipliers*, *Pivotal Quantity*, Regresi Nonparametrik, *Spline Truncated*.

INTERVAL ESTIMATION FOR NONPARAMETRIC MODEL USING SPLINE TRUNCATED MULTIVARIABLES REGRESSION (Case Study : Data of Indonesia Democracy Index)

Name : Suprpto
NRP : 06211650017001
Supervisor : Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
Co-Supervisor : Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si

ABSTRACT

Regression analysis is a statistical method of a regression function or regression curve. One of the main purposes of regression analysis is to obtain point estimations and interval estimates for parameters or regression models. The objectives of this study was to assess interval estimation for nonparametric model using spline truncated multivariables regression. To solve the problem, the maximum likelihood and pivotal quantity method is used for the case of unknown population variance and from the result of the theoretical study obtained pivotal quantity, $T_i(x, z) \sim t_{n-(1+p+pr)}$, which i is the observations, $i = 1, 2, \dots, n$, n is the number of observations, p is the number of nonparametric predictor variables and r is the number of knots. The shortest interval estimation for nonparametric model using spline truncated multivariables regression measured $1-\alpha$, by $0 < \alpha < 1$, and α is the level of significance, is obtained through the optimization process using the method of Lagrange multipliers, and the result is

$$P\left(\hat{f}_i(x) - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-(1+p+pr)\right)} \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n-(1+p+pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \leq f_i(x) \leq \hat{f}_i(x) + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-(1+p+pr)\right)} \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n-(1+p+pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}\right) = 1-\alpha.$$

The application of interval estimation for nonparametric model using spline truncated multivariables regression was conducted on data of Indonesia Democracy Index (IDI) in 2015. The method of selecting optimum knots using Generalized Cross Validation (GCV) method. The best model that is formed is model using three point knots (3,3,3,3,3) which have coefficient of determination (R^2) equal to 97,04. Estimated IDI 2015 score interval formed in pessimistic estimation point of view indicates Yogyakarta, East Kalimantan, and North Kalimantan experiencing degradation of democracy performance from high to moderate category, North Maluku is degraded from moderate to bad, while West Papua and Papua still in the bad category.

Keywords : IDI, Interval Estimates, Lagrange Multipliers, Nonparametric Regression, Pivotal Quantity, Spline Truncated.

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah Robbil Alamiin, segala puji bagi Allah, Tuhan semesta alam yang telah mengkaruniakan rahmat, taufik, hidayah, kesabaran, keteguhan dan ilmu pengetahuan sehingga penulis diperkenankan menyelesaikan tesis yang berjudul **“Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel (Studi Kasus : Data Indeks Demokrasi Indonesia)”**. Tesis ini merupakan salah satu syarat penyelesaian studi pada Departemen Statistika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Program Pascasarjana Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Keberhasilan penulisan dan penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, dan dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu, teriring rasa syukur dan doa terbaik, penulis ingin menyampaikan penghargaan dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si. selaku dosen pembimbing dan Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing dan sekaligus dosen wali dengan segala kesibukannya dapat meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, saran, masukan serta motivasi selama penyusunan tesis ini.
2. Ibu Santi Puteri Rahayu, M.Si., Ph.D. dan Ibu Dr. Tiodora Hadumaon Siagian, M.Pop.Hum.Res. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan masukan untuk menjadikan tesis ini menjadi lebih baik.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc. selaku Ketua Departemen Statistika, Bapak Dr. rer. pol. Heri Kuswanto, S.Si., M.Si. selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Departemen Statistika dan seluruh Bapak/Ibu dosen pengajar yang telah memberikan ilmu, saran, masukan dan pengalaman yang bermanfaat bagi penulis, serta segenap karyawan keluarga besar Departemen Statistika FKSD ITS Surabaya atas segala dukungan dan bantuannya selama ini.

4. Kepala BPS RI beserta jajarannya, Kepala Pusdiklat BPS beserta jajarannya, Kepala BPS Provinsi Bali beserta jajarannya, Kepala BPS Kabupaten Jembrana beserta jajarannya, yang telah memberikan kesempatan dan kepercayaan kepada Penulis sehingga dapat melanjutkan studi program S2 di ITS.
5. Yang terhormat orang tuaku, Bapak Wardoyo dan Ibu Sumini yang senantiasa berdoa, mendidik, mendampingi, mengasihi, dan terus memberi dorongan semangat dan kekuatan bagi Penulis.
6. Teristimewa, isteriku tercinta Siti Aminah dan putra-putraku yang sholih dan hebat, Dzakky Fathur Rozaq (Alm), Arkan Haidar Praptana, Abdan Tauhida Praptana (Alm) dan Atmam Azizan Praptana, terima kasih atas segala doa, pengorbanan, pengertian, dukungan, dan senyum ceria yang selalu menjadi semangat bagi penulis untuk menyelesaikan studi dengan baik.
7. Saudara-saudaraku Sumarno, Supandi, Redi, dan Mintarsih yang telah memberikan dukungan moril baik lahir maupun batin.
8. Saudara, sahabat, rekan-rekan seperjuangan mahasiswa ITS BPS Batch 10 (Mas Fendy, Mas Umam, Bang Fieldri, Sony, Taufiq, Rafael, Aniq, Mb Prih, Ratna, Ratih, Mike, Tika, Imra, Reni, Bu Ari dan Bu Sarni) dan mahasiswa reguler ITS (Risky, Zahro, Alvita, Alhasan Sesay, dll) yang telah banyak membantu dan bekerja sama dengan penulis dalam proses penyelesaian studi.
9. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu. Penulis menyampaikan terima kasih atas semua dukungan dan bantuan yang diberikan selama menjalani studi.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik maupun saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan tesis ini. Akhirnya, penulis berharap mudah-mudahan tesis ini bermanfaat untuk semua pihak yang memerlukan.

Surabaya, 12 Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	v
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	7
1.3 Tujuan Penelitian	7
1.4 Manfaat Penelitian	7
1.5 Batasan Permasalahan	7
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1 Analisis Regresi	9
2.1.1 Regresi Parametrik	9
2.1.2 Regresi Nonparametrik	10
2.1.3 Regresi Semiparametrik	11
2.2 Fungsi Spline Truncated	11
2.2.1 Regresi Nonparametrik Spline Truncated Univariabel	12
2.2.2 Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel	13
2.3 Pemilihan Titik Knot Optimal	13
2.4 Besaran Pivot (Pivotal Quantity)	14
2.5 Estimasi Titik dan Estimasi Interval	15
2.6 Koefisien Determinasi	16
2.7 Pemeriksaan Asumsi Residual	17
2.7.1 Asumsi Independensi Residual	17
2.7.2 Asumsi Residual Identik	18

2.7.3 Asumsi Normalitas Residual	19
2.8 Definisi dan Teorema Dasar Statistika Matematika	19
2.9 Indeks Demokrasi Indonesia (IDI)	22
2.10 Faktor-Faktor yang Memengaruhi IDI	22
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	29
3.1 Sumber Data.....	29
3.2 Variabel dan Struktur Data Penelitian	29
3.3 Tahapan Penelitian.....	31
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	37
4.1 Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel	37
4.1.1 Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel	37
4.1.2 Estimasi Titik Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel	40
4.1.3 Estimasi Titik Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel.....	43
4.1.4 Pivotal Quantity Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel.....	45
4.1.5 Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel.....	53
4.2 Aplikasi Estimasi Interval Model Pada Data IDI	58
4.2.1 Statistik Deskriptif IDI dan Faktor yang Memengaruhinya	58
4.2.2 Pemodelan IDI dengan Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel.....	62
4.2.3 Interpretasi Estimasi Titik dan Estimasi Interval Terpendek untuk Model Data IDI	72
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	79
5.1 Kesimpulan.....	79
5.2 Saran	80
DAFTAR PUSTAKA.....	83
LAMPIRAN	87
BIOGRAFI PENULIS	119

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kerangka Konseptual Penelitian	23
Gambar 3.1 Tahapan Analisis untuk Mendapatkan Estimasi Interval Kurva.....	34
Gambar 3.2 Tahapan Analisis Estimasi Interval Model IDI.....	36
Gambar 4.1 Daerah Kritis Penolakan Hipotesis H_0	56
Gambar 4.2 Perkembangan IDI Indonesia Tahun 2009-2015	59
Gambar 4.3 IDI Provinsi di Indonesia Tahun 2015.....	60
Gambar 4.4 Variabel yang berpengaruh terhadap IDI Tahun 2015	61
Gambar 4.5 <i>Scatter Plot</i> Variabel Respon Terhadap Variabel Prediktor.....	63
Gambar 4.6 <i>Fitting</i> IDI dan Estimasi Titik Model IDI 2015	73
Gambar 4.7 <i>Fitting</i> IDI dan Estimasi Interval Model IDI 2015.....	73

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel Penelitian	29
Tabel 3.2 Definisi Operasional Variabel Penelitian	30
Tabel 3.3 Struktur Data Penelitian	31
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif IDI dan Faktor yang Mempengaruhi.....	60
Tabel 4.2 Nilai GCV untuk <i>Spline Truncated</i> Linier Satu Titik Knot.....	64
Tabel 4.3 Nilai GCV untuk <i>Spline Truncated</i> Linier Dua Titik Knot.....	65
Tabel 4.4 Nilai GCV untuk <i>Spline Truncated</i> Linier Tiga Titik Knot	67
Tabel 4.5 Nilai GCV untuk <i>Spline Truncated</i> Linier Kombinasi Titik Knot	68
Tabel 4.6 Perbandingan Nilai GCV Minimum	69
Tabel 4.7 Estimasi Parameter Model IDI 2015.....	69
Tabel 4.8 Estimasi Interval Model IDI 2015 Tingkat Kepercayaan 95%	71
Tabel 4.9 Kriteria IDI Hasil Estimasi Titik dan Interval Model IDI 2015	78

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian.....	87
Lampiran 2. Nilai GCV untuk Satu Titik Knot.....	89
Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot	90
Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot.....	95
Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot.....	100
Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik <i>Spline Truncated</i> Linier Multivariabel.....	105
Lampiran 7. Program Pembentuk Matrik <i>Spline Truncated</i> Univariabel.....	108
Lampiran 8. Program Pembentuk Matrik <i>Spline Truncated</i> Multivariabel	109
Lampiran 9. Program GCV <i>Spline Truncated</i> Linier Multivariabel Satu Knot	110
Lampiran 10. Program GCV <i>Spline Truncated</i> Linier Multivariabel Dua Knot	111
Lampiran 11. Program GCV <i>Spline Truncated</i> Linier Multivariabel Tiga Knot	113
Lampiran 12. Program GCV <i>Spline Truncated</i> Linier Multivariabel Kombinasi Titik Knot.....	115
Lampiran 13. Program penghitungan Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik <i>Spline Truncated</i> Multivariabel	116
Lampiran 14. Output Uji Durbin-Watson, Anova Uji Glejser, dan Uji Kolmogorov-Smirnov.....	117

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan metode analisis yang sangat populer untuk keperluan penelitian. Analisis regresi digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Secara umum, analisis regresi digunakan dengan tujuan mengidentifikasi variabel-variabel prediktor yang signifikan dalam mempengaruhi variabel respon dan menghitung berapa besar memberi dampak perubahan terhadap variabel responnya dengan menghitung koefisien variabel-variabel prediktornya. Hal ini sejalan dengan apa yang dikemukakan oleh Sunyoto (2011), bahwa tujuan analisis regresi adalah untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh yang signifikan antara satu atau lebih variabel prediktor terhadap variabel responnya baik secara parsial atau simultan. Selain itu, menurut Eubank (1999), analisis regresi merupakan metode statistik dari suatu fungsi regresi atau kurva regresi. Salah satu tujuan utama dalam analisis regresi, khususnya dalam statistika inferensia adalah bagaimana mendapatkan estimasi titik dari parameter regresi ataupun kurva regresi, dan juga bagaimana mendapatkan estimasi interval dari keduanya .

Dalam estimasi kurva regresi, terdapat tiga pendekatan regresi, yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik. Pendekatan regresi parametrik mensyaratkan adanya asumsi yang sangat kaku dan kuat, yaitu bentuk kurva regresi harus diketahui, misalnya berbentuk linear, kuadratik, kubik, polinomial derajat- p , eksponensial, dan lain-lain. Selain itu dipersyaratkan *error* berdistribusi normal, dan varians yang homogen. Dalam pemodelan data menggunakan regresi parametrik linier, kuadrat, kubik, atau yang lainnya, pada umumnya dimulai dengan membuat *scatter plot* (Budiantara, 2006). Berbeda dengan regresi parametrik, regresi nonparametrik digunakan untuk mengetahui hubungan kausalitas antara variabel respon dengan variabel prediktor yang tidak diketahui bentuk fungsinya, hanya diasumsikan *smooth* (mulus) dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu. Sedangkan pendekatan regresi yang

menggabungkan komponen parametrik dan komponen nonparametrik dinamakan regresi semiparametrik (Budiantara, 2009).

Pendekatan regresi nonparametrik mempunyai fleksibilitas dalam memodelkan pola data (Eubank, 1999). Sifat fleksibilitas tersebut tercermin ketika regresi nonparametrik yang dimodelkan belum mempunyai informasi atau pengetahuan kurva sebelumnya dan dengan menetapkan kriteria tertentu misalkan adanya titik knot optimum pada regresi nonparametrik *spline truncated*, maka data akan mencari sendiri bentuk estimasi dari kurva regresinya, tanpa harus dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti. Selain itu, Pendekatan regresi nonparametrik dapat mengabaikan asumsi-asumsi data harus berkaitan dengan distribusi tertentu, namun demikian *error* yang terjadi dalam regresi nonparametrik tetap haruslah berdistribusi normal, identik dan independen. Pendekatan regresi nonparametrik telah banyak digunakan antara lain Spline Truncated, Kernel, Polinomial Lokal, Deret Fourier, MARS, Wavelets, dan lain-lain.

Dalam perkembangannya, analisis regresi *spline truncated* cukup diminati oleh sebagian peneliti. Hal ini dikarenakan pendekatan regresi *spline truncated* mampu menangani karakteristik data/fungsi yang bersifat *smooth* maupun data yang memiliki perilaku berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Selain itu, *spline truncated* memiliki interpretasi statistik yang sederhana dan baik serta mempunyai penyajian visual yang baik. Analisis regresi nonparametrik *spline truncated* berdasarkan jumlah prediktornya terbagi atas univariabel dan multivariabel. Regresi nonparametrik *spline truncated* univariabel adalah analisis regresi nonparametrik jika terdapat satu variabel respon dan satu variabel prediktor. Apabila terdapat satu variabel respon dan lebih dari satu variabel prediktor maka disebut dengan regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel (Budiantara, 2004).

Dalam konteks permasalahan sosial, identifikasi faktor yang mempengaruhi suatu variabel sosial tertentu seringkali tidak tunggal dan seringkali hubungan kausalitas keduanya tidak langsung terlihat membentuk pola tertentu. Solusi untuk permasalahan tersebut dapat dilakukan dengan pendekatan analisis regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Beberapa penelitian

yang menggunakan analisis regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, merujuk atas dasar hal itu diantaranya telah dilakukan oleh Litawati (2013) tentang pemodelan Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE) di Provinsi Jawa Timur, Fajriyyah (2015) meneliti tentang pemodelan Indeks Pembangunan Gender (IPG) di Indonesia dan Yanthi (2016) meneliti tentang faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Jawa Tengah. Dari beberapa penelitian tersebut di atas, pendekatan regresi nonparametrik *spline truncated* multiariabel secara umum mampu memberikan analisis kausalitas hubungan variabel prediktor dan variabel respon yang baik ditandai dengan rata-rata nilai koefisien determinasi yang dihasilkan di atas 91%.

Persoalan regresi yang sebenarnya adalah bagaimana mendapatkan bentuk estimasi titik dari kurva regresi. Sebagai lanjutan pada tahap tersebut, dapat dilakukan interpretasi model yang dihasilkan berdasarkan kaidah ilmu statistika dan teori umum yang mendasarinya. Analisis dapat diperluas dalam bentuk inferensi statistik berupa estimasi interval kurva regresinya. Estimasi interval kurva regresi mampu menggambarkan batas atas dan batas bawah dari kurva regresi yang dihasilkan. Keberadaan estimasi interval kurva regresi ini dapat memberikan jaminan kebenaran model yang dihasilkan pada selang tertentu dengan tingkat kesalahan tertentu pula. Hal itu tentu saja memberikan perbedaan nilai probabilitas kebenaran model jika dibandingkan dengan pendekatan melalui estimasi titik kurva regresinya.

Beberapa penelitian untuk mendapatkan estimasi interval dalam suatu regresi nonparametrik telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Di antara penelitian tersebut diantaranya oleh Wahba (1990) dengan smoothing spline, Hardle (1994) dengan estimasi kernel, dan Mao dan Zhao (2003) mengkaji tentang konfidensi interval untuk kurva regresi dengan pendekatan polinomial spline. Selain itu, Syaranamual (2011) telah meneliti estimasi interval spline kuadrat dengan pendekatan *pivotal quantity*, Intansari (2016) meneliti tentang estimasi titik dan estimasi interval kurva regresi dalam regresi spline kuadratik. Penelitian tersebut di atas masih terbatas pada regresi nonparametrik spline univariabel. Untuk regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, Setiawan (2017) telah meneliti estimasi interval untuk parameter model regresi yang diterapkan pada

data IPG di Provinsi Jawa Timur. Penelitian yang dilakukan oleh Setiawan (2017), masih terbatas pada estimasi interval untuk parameter model regresi dan belum mengkaji estimasi interval kurva regresinya.

Estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dapat digunakan untuk menentukan batas bawah dan batas atas dari estimasi kurva regresi yang dihasilkan. Dalam penelitian ini dikembangkan estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Penerapan estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada penelitian ini akan diterapkan pada data Indeks Demokrasi Indonesia (IDI).

Dalam sejarah Negara Kesatuan Republik Indonesia (NKRI) yang telah lebih dari setengah abad, perkembangan demokrasi telah mengalami pasang surut. Salah satu masalah pokok yang dihadapi oleh bangsa Indonesia di tengah-tengah pesatnya kemajuan teknologi komunikasi dan informasi ialah bagaimana meningkatkan kehidupan ekonomi yang berkeadilan, membangun kehidupan sosial, dan politik yang demokratis dalam masyarakat yang beraneka ragam pola adat budayanya. Untuk mengukur perkembangan demokrasi yang khas di Indonesia, maka sejak tahun 2009 dirumuskanlah IDI secara bersama-sama oleh Badan Perencanaan Pembangunan Nasional (BAPPENAS), Kantor Kementerian Koordinator Politik, Hukum dan Keamanan (KEMENKOPOLHUKAM), Kementerian Dalam Negeri (KEMENDAGRI), Badan Pusat Statistik (BPS), Dewan Ahli, dan *United Nations Development Programs* (UNDP).

Mengacu pada Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) ke tiga (2015-2019), yang disusun sebagai penjabaran dari visi misi, program aksi Presiden/Wakil Presiden Jokowi dan Jusuf Kalla, serta berpedoman pada Rencana Pembangunan Jangka Panjang Nasional (RPJPN) 2005-2025, Pemerintah telah menetapkan IDI sebagai salah satu target sasaran pokok pembangunan nasional dalam RPJMN 2015-2019. Berdasar skor IDI tahun 2014, yaitu sebesar 73,04, diharapkan tahun 2019, skor IDI mencapai 75.00 (BAPPENAS,2014). Pencanangan target IDI dalam hal ini menunjukkan tingginya komitmen pemerintah dalam membangun demokrasi sebagai salah satu prioritas pembangunan di bidang politik. Upaya ini perlu mendapat dukungan

seluruh Kementerian/Lembaga Pemerintah dan masyarakat, mengingat cita-cita membangun demokrasi bukan hanya menjadi domain pemerintah tetapi juga mensyaratkan partisipasi masyarakat di dalamnya. Untuk itulah di dalam IDI, pemerintah dan masyarakat sama-sama dipandang sebagai aktor penting yang turut menentukan performa demokrasi.

Terdapat beberapa penelitian mengenai IDI yang mengulas faktor-faktor yang mempengaruhinya. Burkhart dan Lewis-Beck (1994) telah melakukan analisis dengan *Generalized Least Squares-Autoregressive Moving Average* (GLS-ARMA) yang menggunakan data perkembangan demokrasi dari 131 negara untuk tahun 1972-1989. Penelitian mengenai perkembangan demokrasi melalui *OLS multiple regression* telah dilakukan juga oleh Norris dan Inglehart (2002), Drazenova (2010), Adams (2013), Högström (2013), dan Dlamini (2015). Doko (2014) telah menganalisis juga variabel yang mempengaruhi demokrasi dengan menggunakan *Linear Probability Regression Model* (LPM). Dalam penelitian lain melalui studi perbandingan pustaka, Agus Purwanto dan Syawie (2012) telah meneliti tentang kestabilan institusi-institusi demokrasi di suatu negara.

Penelitian Burkhart dan Lewis-Beck (1994) masih dalam batas menentukan estimasi parameter dengan analisis deret waktu. Norris dan Inglehart (2002), Drazenova (2010), Adams (2013), Högström (2013), Doko (2014), dan Dlamini (2015), masih juga dalam batas menentukan estimasi parameter dalam regresi parametrik dan belum dilakukan analisis hingga estimasi interval kurva regresinya. Penelitian tersebut menggunakan unit penelitian beberapa negara di dunia, sedangkan untuk tingkat dibawahnya seperti tingkat provinsi dalam suatu negara tertentu belum dilakukan. Secara metode statistik, penelitian sebelumnya masih dalam fokus terukurnya data melalui analisis deret waktu, dan analisis regresi parametrik, padahal tidak semua kasus pola hubungan data respon dan prediktor sesuai dengan kedua metode statistik tersebut. Untuk data yang tidak berpola atau tidak membentuk distribusi tertentu belum dapat terakomodir dalam penelitian tersebut. Begitu pula pada penelitian Purwanto dan Syawie (2012), masih terbatas dengan menggunakan metodologi studi pustaka, belum menggunakan metodologi statistika, sehingga akan sulit untuk diperbandingkan tingkat validitasnya.

Penyelesaian dari permasalahan dalam usaha meraih target skor IDI tersebut di atas, dipandang perlu untuk memperhatikan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Hubungan fungsional IDI dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya dapat dianalisis dengan menggunakan analisis regresi dengan IDI sebagai variabel respon dan faktor-faktor yang mempengaruhinya sebagai variabel prediktor. Dengan memperhatikan hasil penelitian terdahulu dan kajian teoritis maka dipilihlah sebagai variabel prediktor yaitu variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM), Indeks Pemberdayaan Gender (IDG), Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE), Persentase Penduduk Miskin (PPM), Gini Rasio (GR) dan Indeks Pembangunan Teknologi Informasi dan Komunikasi (IPTIK).

Budiantara (2009) menyebutkan bahwa untuk memodelkan data menggunakan regresi parametrik, pada umumnya dimulai dengan *scatter plot*. Apabila hasil *scatter plot* ini terdapat kecenderungan data mengikuti pola linier maka digunakan regresi parametrik linier, jika kecenderungan data mengikuti pola kuadratik maka digunakan regresi parametrik kuadratik, atau jika kecenderungan data mengikuti pola kubik maka digunakan regresi parametrik kubik dan seterusnya. Dalam regresi parametrik dituntut juga memiliki informasi masa lalu yang detail tentang pola data agar diperoleh pemodelan yang baik. Dalam keadaan tertentu, pola data hasil *scatter plot* bisa jadi tidak jelas atau menunjukkan perubahan perilaku pada sub-sub interval tertentu. Jika terjadi demikian maka pendekatan dengan regresi parametrik dipandang kurang bijaksana jika difungsikan untuk pemodelan dan prediksi, karena dimungkinkan akan memiliki error yang sangat besar. Salah satu analisis regresi yang dapat digunakan dalam kasus ini adalah regresi nonparametrik *spline truncated* Multivariabel. Sebagai pengembangan metode statistik oleh peneliti regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel sebelumnya maka penelitian ini dimaksudkan untuk mengkaji estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Akhir dari output penelitian ini dimaksudkan agar dapat membuat prediksi skor IDI dengan interval tertentu atas sejumlah faktor-faktor yang mempengaruhinya.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana mengkaji estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel?
2. Bagaimana mengaplikasikan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI yang dipengaruhi oleh faktor sosial, ekonomi, dan teknologi informasi dan komunikasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan hasil kajian estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel.
2. Mendapatkan hasil estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI yang dipengaruhi oleh faktor sosial, ekonomi, dan teknologi informasi dan komunikasi.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Dapat memberikan wawasan keilmuan yang lebih khusus kepada penulis tentang estimasi titik dan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel.
2. Dapat menambah kajian literatur sosial, ekonomi, dan teknologi informasi dan komunikasi dalam memprediksi skor IDI dengan pendekatan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel.
3. Dapat memberikan alternatif metode analisis data bagi BPS, khususnya untuk data yang sesuai dengan regresi nonparametrik *spline truncated*.

1.5 Batasan Permasalahan

Berdasarkan rumusan masalah, maka yang menjadi batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Metode yang digunakan untuk menentukan banyaknya titik knot dan lokasi titik knot optimum adalah dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).
2. Dalam mengkaji estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, fungsi *spline truncated* yang digunakan adalah spline truncated linier dengan satu, dua, tiga dan kombinasi tiga knot.
3. Dalam mendapatkan estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, dilakukan untuk kasus varians populasi σ^2 tidak diketahui.
4. Hasil studi pustaka menyebutkan adanya pengaruh indeks persepsi korupsi terhadap IDI, namun karena data indeks persepsi korupsi tidak tersedia hingga level provinsi maka tidak menjadi bagian dari variabel penelitian ini.
5. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder tahun 2015 yang berasal dari beberapa publikasi yang diterbitkan oleh BPS dan Kementerian Pemberdayaan Perempuan dan Perlindungan Anak (KEMENPPPA).

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Permasalahan demokrasi di Indonesia dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor sosial, ekonomi, dan teknologi informasi dan komunikasi. Faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat demokrasi Indonesia tidaklah tunggal. Untuk melihat besarnya pengaruh dari masing-masing faktor tersebut dapat dilakukan dengan analisis regresi.

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk menyelidiki hubungan fungsional antara satu atau lebih variabel. Selain itu, Budiantara (2009) menyebutkan bahwa analisis regresi dapat difungsikan dalam hal prediksi (*forecasting*). Prediksi dalam hal ini dimaksudkan sebagai nilai suatu model yang dihasilkan dalam analisis regresi atas sejumlah variabel prediktor. Estimasi Nilai model juga dapat dilihat dari estimasi interval kurva regresi yang dihasilkan melalui suatu proses optimasi. Analisis regresi berdasarkan bentuk kurvanya terbagi menjadi tiga, yaitu regresi parametrik, regresi nonparametrik dan regresi semiparametrik (Budiantara, 2009).

2.1.1 Regresi Parametrik

Regresi parametrik adalah salah satu metode dalam analisis regresi yang dapat memodelkan hubungan dua atau lebih dari suatu variabel. Variabel-variabel yang dimodelkan tersebut secara rasional mempunyai korelasi satu dengan yang lain. Regresi parametrik mensyaratkan terpenuhinya asumsi-asumsi klasik yang ketat, termasuk didalamnya terpenuhi asumsi bahwa bentuk kurva regresi harus diketahui. Budiantara (2006) menyebutkan bahwa apabila dalam analisis regresi bentuk kurva diketahui maka pendekatan model regresi tersebut dinamakan model regresi parametrik. Dengan diketahuinya bentuk kurva regresi maka hal tersebut mengindikasikan bahwa bentuk model hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor telah diketahui pula.

Menurut Eubank (1999), secara matematik bentuk regresi parametrik dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dengan y_i adalah variabel respon, fungsi $f(x_i)$ merupakan fungsi parametrik atau sebagai kurva regresi parametrik yang diketahui kurvanya dan mempunyai *error* random ε_i , dan ε_i diasumsikan berdistribusi normal, identik, dan independen dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 .

2.1.2 Regresi Nonparametrik

Berbeda dengan regresi parametrik yang mempunyai asumsi bentuk kurva diketahui berdasarkan *plotting* data dan rasionalitas pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon, regresi nonparametrik merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor yang tidak diketahui bentuk fungsinya dan diasumsikan *smooth*. Kurva regresi diasumsikan *smooth* dalam arti termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu (ruang *Hilbert*, ruang *Sobolev*, ruang *Hilbert-Sobolev*, ruang *Banach*, ruang fungsi *kontinu*, ruang *Entropi*, dan lain-lain) dan fungsi tersebut memungkinkan adanya pola data yang berubah-ubah dengan ketajaman tinggi (Budiantara, 2009). Menurut Eubank (1999) regresi nonparametrik merupakan regresi yang sangat fleksibel dalam memodelkan pola data.

Misalkan X adalah variabel prediktor dan Y adalah variabel respon untuk n buah pengamatan, maka model regresi nonparametrik secara umum adalah sebagai berikut :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan y_i adalah variabel respon, $f(x_i)$ merupakan fungsi regresi nonparametrik yang tidak diketahui bentuk kurvanya dan diasumsikan *smooth*, yaitu berada dalam suatu ruang fungsi tertentu, x_i sebagai variabel prediktor serta ε_i merupakan *error* yang berdistribusi normal, identik, independen dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 (Wahba, 1990).

2.1.3 Regresi Semiparametrik

Selain dua pendekatan model regresi yang telah didiskusikan, terdapat pendekatan model regresi ketiga yaitu regresi semiparametrik yang merupakan penggabungan dari regresi parametrik dan regresi nonparametrik (Ruppert, 2003). Regresi semiparametrik digunakan jika bentuk pola data atau hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon sebagian diketahui dan sebagian lainnya tidak diketahui.

2.2 Fungsi Spline Truncated

Dalam inferensi statistik regresi nonparametrik, khususnya dalam hal estimasi terhadap fungsi $f(x)$ dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan, antara lain *Spline* (Wahba, 1990; Budiantara, 2009), *Kernel* (Hardle, 1990), *Estimator Deret Fourier* (Eubank, 1999), *K-Nearest Neighbor* (Hardle, 1990), dan lain-lain. Semua metode tersebut mampu mengestimasi fungsi $f(x)$. Namun estimator *spline truncated* merupakan metode yang paling banyak mendapat perhatian dari para peneliti regresi nonparametrik dalam beberapa dekade terakhir oleh karena mempunyai interpretasi secara statistik maupun visual yang sangat khusus dan sangat baik (Eubank, 1999; Budiantara, 2009). *Spline truncated* merupakan potongan polinomial, yaitu polinomial yang memiliki sifat tersegmen kontinu. *Spline truncated* mempunyai sifat fleksibilitas yang tinggi dan mempunyai kemampuan mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada interval yang berlainan (Eubank, 1999). Kemampuan tersebut ditunjukkan dengan fungsi *truncated* (potongan-potongan), dimana potongan-potongan tersebut merupakan titik knot. Titik perpaduan bersama dari potongan-potongan tersebut, yang menunjukkan terjadinya perubahan pola perilaku fungsi spline pada selang yang berbeda disebut titik knot (Hardle, 1990).

Definisi fungsi *spline truncated* secara matematika dapat dituliskan sebagai berikut. Misal diberikan ruang fungsi $S^m(x)$ yang menyatakan himpunan fungsi-fungsi *spline* derajat m dan basis fungsi *spline truncated* berikut :

$\{1, x, x^2, \dots, x^m, (x - K_1)_+^m I(x \geq K_1), (x - K_2)_+^m I(x \geq K_2), \dots, (x - K_r)_+^m I(x \geq K_r)\}$ dengan I fungsi indikator. Untuk sembarang fungsi $f(x) \in S^m(x)$ maka fungsi $f(x)$ dapat ditulis menjadi :

$$f(x) = \delta_0 + \delta_1 x + \delta_2 x^2 + \dots + \delta_m x^m + \delta_{m+1} (x - K_1)_+^m + \delta_{m+2} (x - K_2)_+^m + \dots + \delta_{m+r} (x - K_r)_+^m,$$

atau dapat disajikan sebagai berikut :

$$f(x) = \sum_{j=0}^m \delta_j x^j + \sum_{l=1}^r \delta_{m+l} (x - K_l)_+^m, \quad (2.3)$$

dimana fungsi *truncated* :

$$(x - K_l)_+^m = \begin{cases} (x - K_l)_+^m & , \quad x \geq K_l \\ 0 & , \quad x < K_l \end{cases}$$

fungsi $f(x)$ ini disebut fungsi *spline truncated* derajat m dengan knot K_1, K_2, \dots, K_r . Secara umum fungsi *spline truncated* merupakan penggabungan fungsi polinomial derajat m dengan fungsi *truncated*.

2.2.1 Regresi Nonparametrik Spline Truncated Univariabel

Analisis regresi nonparametrik *spline truncated* univariabel adalah analisis regresi nonparametrik *spline truncated* jika terdapat satu variabel respon dan satu variabel prediktor (Budiantara, 2004). Misal diberikan data berpasangan (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ dan diasumsikan hubungan antara x_i dan y_i mengikuti model regresi nonparametrik pada persamaan (2.2), dan misalkan kurva regresi $f(x_i)$ pada persamaan (2.2) dihampiri dengan fungsi *spline truncated* derajat m dengan titik knot K_1, K_2, \dots, K_r sebagai berikut :

$$f(x_i) = \sum_{j=0}^m \delta_j x_i^j + \sum_{l=1}^r \delta_{m+l} (x_i - K_l)_+^m \quad (2.4)$$

maka diperoleh model regresi nonparametrik *spline truncated* univariabel sebagai berikut :

$$y_i = \sum_{j=0}^m \delta_j x_i^j + \sum_{l=1}^r \delta_{m+l} (x_i - K_l)_+^m + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.5)$$

2.2.2 Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Analisis regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel adalah analisis regresi nonparametrik *spline truncated* jika terdapat satu variabel respon dan terdapat lebih dari satu variabel prediktor (Budiantara, 2004). Jika diberikan data berpasangan $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$ dan hubungan antara $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ dan y_i merupakan model regresi nonparametrik multivariabel yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

dengan $f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ adalah kurva regresi yang tidak diketahui bentuknya. Jika kurva regresi $f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ diasumsikan bersifat aditif dan dihampiri dengan fungsi *spline truncated* linier maka diperoleh model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_{1i}) + f(x_{2i}) + \dots + f(x_{pi}) + \varepsilon_i, \\ &= \sum_{j=1}^p f(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (2.7)$$

dimana,

$$f(x_{ji}) = \delta_0 + \delta_{j1}x_{ji} + \sum_{l=1}^r \delta_{j(1+l)} (x_{ji} - K_{jl})_+ \quad , \quad (2.8)$$

dengan

$$(x_{ji} - K_{jl})_+ = \begin{cases} (x_{ji} - K_{jl})_+ & , \quad x_{ji} \geq K_{jl} \\ 0 & , \quad x_{ji} < K_{jl} \end{cases} \quad ,$$

dengan $K_{j1}, K_{j2}, \dots, K_{jr}$ adalah titik- titik knot yang memperlihatkan pola perubahan perilaku dari fungsi pada sub-sub interval yang berbeda.

2.3 Pemilihan Titik Knot Optimal

Dalam model regresi nonparametrik *spline truncated*, terdapat adanya titik-titik knot. Budiantara (2006) menyebutkan bahwa titik knot merupakan titik perpaduan bersama suatu interval yang berlainan dan pada titik tersebut terdapat perubahan perilaku dari fungsinya. Model regresi nonparametrik *spline truncated*

yang paling baik didasarkan atas pemilihan titik knot optimalnya. Budiantara (2006) menuliskan bahwa salah satu metode yang digunakan untuk memiliki titik knot optimal adalah dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Model regresi nonparametrik *spline truncated* yang terbaik didapatkan dari nilai GCV paling minimum dengan rumusan sebagai berikut :

$$\text{GCV}(K_1, K_2, \dots, K_r) = \frac{\text{MSE}(K_1, K_2, \dots, K_r)}{\left(n^{-1} \text{tr}[\mathbf{I} - \mathbf{A}(K_1, K_2, \dots, K_r)]\right)^2}, \quad (2.9)$$

dimana, *Mean Squared Error* (MSE) dirumuskan dengan :

$\text{MSE}(K_1, K_2, \dots, K_r) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, dengan K_1, K_2, \dots, K_r adalah titik knot, matrik \mathbf{I} adalah matriks identitas dan matriks $\mathbf{A}(K_1, K_2, \dots, K_r)$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\mathbf{A}(K_1, K_2, \dots, K_r) = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'$$

(Budiantara, Ratna, Zain, dan Wibowo, 2012).

2.4 Besaran Pivot (Pivotal Quantity)

Besaran Pivot (*Pivotal Quantity*) pada umumnya digunakan untuk normalisasi, sehingga sekumpulan data yang berbeda dapat dibandingkan. Peranan penting *pivotal quantity* adalah dalam konstruksi statistik uji, dengan menggunakan prinsip dasar bahwa suatu statistik tidak memuat parameter dari populasinya. Dalam hal ini dapat diberikan contoh konstruksi statistik *t-student* untuk kasus distribusi normal dengan varians populasi tidak diketahui.

Misalkan diberikan $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ suatu variabel random, dan θ adalah parameter populasi, suatu statistik $T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ disebut *Pivotal Quantity* untuk parameter θ , jika distribusi dari $T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ tidak tergantung atau tidak memuat parameter θ . Fungsi $T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ biasanya secara eksplisit memuat parameter dan statistik, namun demikian sebarang himpunan A , dapat ditemukan $T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) \in A$ yang tidak memuat parameter θ .

Kegunaan lain *pivotal quantity* adalah untuk konstruksi estimasi interval. Misalkan ingin dicari estimasi interval untuk parameter θ , maka tahapan dalam mencari estimasi interval dengan *pivotal quantity*, yaitu dengan mencari estimasi titik untuk parameter θ lalu didapatkan distribusi sampling dari estimasi titik tersebut. Tahap berikutnya dengan mencari *pivotal quantity* untuk parameter θ dilanjutkan mencari estimasi interval terpendek dengan menyelesaikan persamaan probabilitas berikut :

$$P(a(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) \leq b(x_1, x_2, \dots, x_n)) = 1 - \alpha, \quad (2.10)$$

dimana $T(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ adalah *pivotal quantity* untuk parameter θ . Tahap terakhir akan didapatkan estimasi interval $1 - \alpha$ untuk parameter θ sedemikian hingga dapat dituliskan :

$$P(u_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \theta \leq u_2(x_1, x_2, \dots, x_n)) = 1 - \alpha. \quad (2.11)$$

Selanjutnya nilai-nilai teramati $u_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ disebut batas bawah, sedangkan $u_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ disebut batas atas (Kelley, 2007).

2.5 Estimasi Titik dan Estimasi Interval

Estimasi titik adalah nilai tunggal statistik sampel yang digunakan untuk mengestimasi parameter populasi. Estimasi interval merupakan pengembangan dari estimasi titik. Dalam estimasi interval, nilai estimasi parameter tidak terfokus pada satu titik tetapi di dasarkan pada *range* tertentu, sehingga estimasinya memiliki nilai tertinggi dan nilai terendah. Nilai yang muncul pada estimasi interval adalah nilai yang didasarkan probabilitas tertentu. Estimasi interval adalah nilai interval dari statistik sampel yang berisi kemungkinan terjadinya parameter populasi. Kelemahan dari estimasi titik adalah dalam menentukan estimasi suatu parameter populasi, estimasi titik tidak dapat memberikan informasi dengan akurasi yang baik. Untuk mengatasi masalah tersebut dirumuskanlah suatu interval random, yaitu interval suatu parameter populasi, misalnya θ , yang batas-batasnya merupakan statistik. Interval ini disusun sedemikian hingga mempunyai peluang yang sebesar mungkin. Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n merupakan n variabel random dengan fungsi densitas bersama

$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$, $\theta \in R$. Misalkan θ_L dan θ_U merupakan statistik dengan $\theta_L = a(X_1, X_2, \dots, X_n)$ dan $\theta_U = b(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Jika (x_1, x_2, \dots, x_n) merupakan realisasi dari (X_1, X_2, \dots, X_n) maka $a(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dan $b(x_1, x_2, \dots, x_n)$ merupakan nilai-nilai teramati dari θ_L dan θ_U .

Secara matematis dirumuskan, misalkan diberikan sampel random X_1, X_2, \dots, X_n dan θ adalah parameter, $\hat{\theta}$ adalah estimator untuk parameter θ , dan α adalah taraf kesalahan maka persamaan berbentuk :

$$P(a(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq \theta \leq b(x_1, x_2, \dots, x_n)) = 1 - \alpha \quad (2.12)$$

disebut estimasi interval berukuran $(1 - \alpha)$ untuk parameter θ , dengan $0 \leq \alpha \leq 1$ (Kelley, 2007). Untuk mencari estimasi interval terpendek kurva regresi nonparametrik spline univariabel, maka dengan memisalkan diberikan model regresi nonparametrik spline univariabel $y_i = f(x_i) + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim \text{IIDN}(0, 1)$, $i = 1, 2, \dots, n$ dengan $f(x)$ adalah fungsi spline univariabel dengan sebanyak r knot, untuk mendapatkan suatu estimasi interval kurva $f(x)$ maka menurut Mao dan Zhao (2003) dapat dibentuk suatu *pivotal quantity* sebagai berikut :

$$T(x, y) = \frac{\hat{f}_r(x) - E(\hat{f}_r(x))}{\sqrt{\text{var}(\hat{f}_r(x))}} \sim N(0, 1) \quad (2.13)$$

sehingga dapat dikonstruksikan estimasi terpendek $(1 - \alpha) \times 100\%$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline* univariabel sebagai berikut :

$$\hat{f}_r(x) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\text{var}(\hat{f}_r(x))} \quad (2.14)$$

2.6 Koefisien Determinasi

Salah satu tujuan analisis regresi adalah mendapatkan model terbaik yang mampu menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon. Kriteria yang dapat digunakan dalam pemilihan model terbaik salah satunya adalah dengan menggunakan koefisien determinasi/ *R-Square* (R^2). Secara umum

semakin besar nilai R^2 , maka semakin baik pula model yang didapatkan. Koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut :

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}, \quad (2.15)$$

dimana *Sum of Square Regression* (SSR) dan *Sum of Square Total* (SST) dirumuskan dengan

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2,$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$$

sehingga persamaan (2.13) dapat dituliskan kembali menjadi :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad (2.16)$$

Besaran nilai R^2 tidak pernah negatif dan batasannya adalah $0 \leq R^2 \leq 1$ (Gujarati, 2003).

2.7 Pemeriksaan Asumsi Residual

Pemeriksaan asumsi residual yang dilakukan meliputi asumsi independensi residual, asumsi residual identik, dan asumsi normalitas residual.

2.7.1 Asumsi Independensi Residual

Pemeriksaan asumsi independensi residual digunakan untuk mendeteksi korelasi antara residual. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan statistik uji Durbin-Watson. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$H_0: \rho = 0 \text{ (tidak ada korelasi antara residual)}$$

$$H_1: \rho \neq 0 \text{ (ada korelasi antara residual)}$$

dengan statistik uji

$$d_{hitung} = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Adapun kesimpulannya adalah sebagai berikut :

1. Tolak H_0 jika $d_{hitung} < d_{L, \frac{\alpha}{2}}$, dimana d_L adalah batas nilai bawah tabel atau tolak H_0 jika nilai $p\text{-value} < \alpha$.
2. Gagal tolak H_0 jika $d_{hitung} > d_{U, \frac{\alpha}{2}}$, dimana d_U adalah batas nilai atas tabel atau gagal tolak H_0 jika nilai $p\text{-value} > \alpha$.
3. Jika $d_{L, \frac{\alpha}{2}} < d_{hitung} < d_{U, \frac{\alpha}{2}}$ maka tidak ada keputusan.

2.7.2 Asumsi Residual Identik

Pemeriksaan asumsi identik digunakan untuk melihat homogenitas dari varians residual. Untuk mengetahui apakah residual identik atau tidak dapat dilakukan dengan uji *Glejser* (Gujarati, 2003). Pengujian ini dilakukan dengan cara meregresikan harga mutlak residual dengan variabel prediktor (X) yang dapat direpresentasikan dengan nilai dugaan dari variabel respon.

$$|e_i| = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Hipotesis yang digunakan dalam uji *Glejser* adalah sebagai berikut:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2 \text{ (residual identik)}$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2, i = 1, 2, \dots, n \text{ (residual tidak identik)}$$

dengan statistik uji

$$F_{hitung} = \frac{\sum_{i=1}^n (|\hat{e}_i| - |\bar{e}|)^2 / k - 1}{\sum_{i=1}^n (|e_i| - |\hat{e}_i|)^2 / n - k}. \quad (2.17)$$

k adalah banyaknya parameter model *glejser*. Daerah penolakan H_0 yaitu tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{\alpha; (k-1, n-k)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Apabila pada kesimpulan dihasilkan penolakan H_0 , maka dapat dinyatakan terdapat minimal satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan kata lain terdapat heteroskedastisitas.

2.7.3 Asumsi Normalitas Residual

Pengujian asumsi normalitas residual dilakukan untuk memeriksa apakah residual mengikuti distribusi normal atau tidak. Hipotesis yang digunakan untuk pengujian residual adalah sebagai berikut :

$$H_0: F_n(x) = F_0(x) \quad \{\text{residual berdistribusi normal } (0, \sigma^2)\}$$

$$H_1: F_n(x) \neq F_0(x) \quad \{\text{residual tidak berdistribusi normal } (0, \sigma^2)\}$$

dengan

$F_n(x)$ adalah fungsi distribusi empirik (berdasarkan sampel) atau nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) berdasarkan data sampel,

$F_0(x)$ adalah fungsi distribusi teoritik (sesuai yang dihipotesiskan) atau nilai peluang kumulatif (fungsi distribusi kumulatif) dibawah H_0 .

Statistik uji yang digunakan adalah *Kolmogorov-Smirnov* berikut :

$$D = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|. \quad (2.18)$$

Kesimpulan untuk menolak H_0 jika $|D| > q_{(1-\alpha)}$ dengan nilai $q_{(1-\alpha)}$ berdasarkan tabel *Kolmogorov-Smirnov*.

2.8 Definisi dan Teorema Dasar Statistika Matematika

Beberapa teorema dan definisi dasar statistika matematika yang digunakan untuk menyelesaikan kajian estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel berdasarkan Rencher dan Scaalje (2007) berikut :

Teorema 2.7.1 (Rencher dan Schaalje,2007)

Misalkan diberikan vektor \underline{a} , \underline{x} , dan $u = \underline{a}'\underline{x} = \underline{x}'\underline{a}$, dengan $\underline{a}' = (a_1, a_2, \dots, a_p)$

adalah vektor suatu konstanta, maka

$$\frac{\partial u}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial (\underline{a}'\underline{x})}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial (\underline{x}'\underline{a})}{\partial \underline{x}} = \underline{a}.$$

Teorema 2.7.2 (Rencher dan Schaalje,2007)

Misalkan diberikan vektor \underline{x} , dan suatu matriks simetris \mathbf{A} , dan $u = \underline{x}'\mathbf{A}\underline{x}$, maka

$$\frac{\partial u}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial (\underline{x}'\mathbf{A}\underline{x})}{\partial \underline{x}} = 2\mathbf{A}\underline{x}.$$

Definisi 2.7.1. Matriks Idempoten (Rencher dan Scaalje,2007)

Sebuah matriks persegi \mathbf{A} disebut matriks Idempoten jika $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$.

Teorema 2.7.3. (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika \mathbf{A} adalah matrik yang simetris dan idempoten dengan rank r , maka

$$\text{rank}(\mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{A}).$$

Teorema 2.7.4 (Rencher dan Scaalje,2007)

Apabila \mathbf{A} suatu matriks berukuran $n \times p$ dan \mathbf{B} berukuran $p \times n$, maka

$$\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$$

Teorema 2.7.5. (Rencher dan Scaalje,2007)

Misalkan \underline{y} vektor random berukuran $p \times 1$ dan berdistribusi $N_p(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$, dan misalkan diambil \underline{a} vektor konstanta berukuran $p \times 1$, dan \mathbf{A} matriks konstanta nonsingular berukuran $k \times p$ dengan rank $k \leq p$, maka distribusi kombinasi linier dari $\underline{a}'\underline{y}$ adalah $\underline{a}'\underline{y} \sim N(\underline{a}'\underline{\mu}, \underline{a}'\underline{\Sigma}\underline{a})$ serta distribusi kombinasi linier dari $\mathbf{A}\underline{y}$ adalah $\mathbf{A}\underline{y} \sim N(\mathbf{A}\underline{\mu}, \mathbf{A}\underline{\Sigma}\mathbf{A}')$.

Definisi 2.7.2. Distribusi-t Sentral (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika $M \sim N(0,1)$, $U \sim \chi^2_{(p)}$, dan M dan U independen maka

$$T = \frac{M}{\sqrt{\frac{U}{p}}} \sim t_{(p)}.$$

Definisi 2.7.3. Distribusi-t Nonsentral (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika $L \sim N(\underline{\mu}, 1)$, $U \sim \chi^2_{(p)}$, dan L dan U independen maka

$$T = \frac{L}{\sqrt{\frac{U}{p}}} \sim t_{(p, \lambda)}.$$

Definisi 2.7.4. Distribusi-t Nonsentral (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika $K \sim N(\underline{\mu}, \sigma^2)$, $U \sim \chi^2_{(p)}$, dan K dan U independen maka

$$T = \frac{\frac{K}{\sigma}}{\sqrt{\frac{U}{p}}} \sim t_{\left(p, \frac{\lambda}{\sigma}\right)}.$$

Teorema 2.7.6. (Rencher dan Scaalje,2007)

Misalkan \underline{y} berdistribusi $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$, \mathbf{A} adalah matriks simetris dengan $rank(\mathbf{A}) = r$ dan untuk $\lambda = \frac{1}{2} \underline{\mu}' \mathbf{A} \underline{\mu}$ maka $\underline{y}' \mathbf{A} \underline{y}$ berdistribusi $\chi^2_{(r, \lambda)}$ jika dan hanya jika $\mathbf{A} \Sigma$ idempoten.

Akibat 1. (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika \underline{y} berdistribusi $N_p(\underline{0}, \mathbf{I})$ maka $\underline{y}' \mathbf{A} \underline{y}$ berdistribusi $\chi^2_{(r)}$ jika dan hanya jika \mathbf{A} idempoten dengan $rank(\mathbf{A}) = r$.

Akibat 2. (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika \underline{y} berdistribusi $N_p(\underline{\mu}, \sigma^2 \mathbf{I})$ maka $\frac{\underline{y}' \mathbf{A} \underline{y}}{\sigma^2}$ berdistribusi $\chi^2_{\left(r, \frac{\underline{\mu}' \mathbf{A} \underline{\mu}}{2\sigma^2}\right)}$ jika dan hanya jika \mathbf{A} idempoten dengan $rank(\mathbf{A}) = r$.

Teorema 2.7.7. (Rencher dan Scaalje,2007)

Misalkan \mathbf{B} matriks berukuran $k \times p$, \mathbf{A} adalah matriks simetris berukuran $p \times p$ dan \underline{y} berdistribusi $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$, maka $\mathbf{B} \underline{y}$ dan $\underline{y}' \mathbf{A} \underline{y}$ independen jika dan hanya jika $\mathbf{B} \Sigma \mathbf{A} = \mathbf{O}$.

Akibat 1. (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika \underline{y} berdistribusi $N_p(\underline{\mu}, \sigma^2 \mathbf{I})$ maka $\mathbf{B} \underline{y}$ dan $\underline{y}' \mathbf{A} \underline{y}$ independen jika dan hanya jika $\mathbf{B} \mathbf{A} = \mathbf{O}$.

Definisi 2.7.5. Metode Pengali Lagrange (Rencher dan Scaalje,2007)

Jika diberikan $u = f(\underline{x})$, dengan $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)'$ dan diberikan kendala $h_1(x) = 0, h_2(x) = 0, h_3(x) = 0, \dots, h_q(x) = 0$, atau ditulis dengan $\underline{h}(\underline{x}) = \underline{0}$, sehingga dapat dituliskan sebagai $v = u + \underline{\lambda}' \underline{h}(\underline{x})$, dengan $\underline{\lambda}' = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q)$ maka

untuk $y' = (x', \lambda')$, nilai maksimum atau minimum dari $u = f(x)$ dengan kendala $h(x) = 0$ dipenuhi oleh syarat

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

atau ekuivalen dengan

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \lambda = 0 \text{ dan } h(x) = 0.$$

2.9 Indeks Demokrasi Indonesia (IDI)

Gelombang demokratisasi global laksana bagai air bah yang telah menggeser rejim-rejim nondemokratik dan menggantinya dengan rejim demokratik. Dari gelombang besar demokratisasi ini muncul kebutuhan untuk mengetahui sejauh mana demokratisasi telah berjalan termasuk di negara Indonesia. Indonesia perlu mengetahui tingkat perkembangan demokrasi di tingkat daerah karena keberhasilannya sebagai negara demokratik akan sangat tergantung pada sejauh mana demokrasi berkembang dan diterapkan di seluruh provinsi di Indonesia.

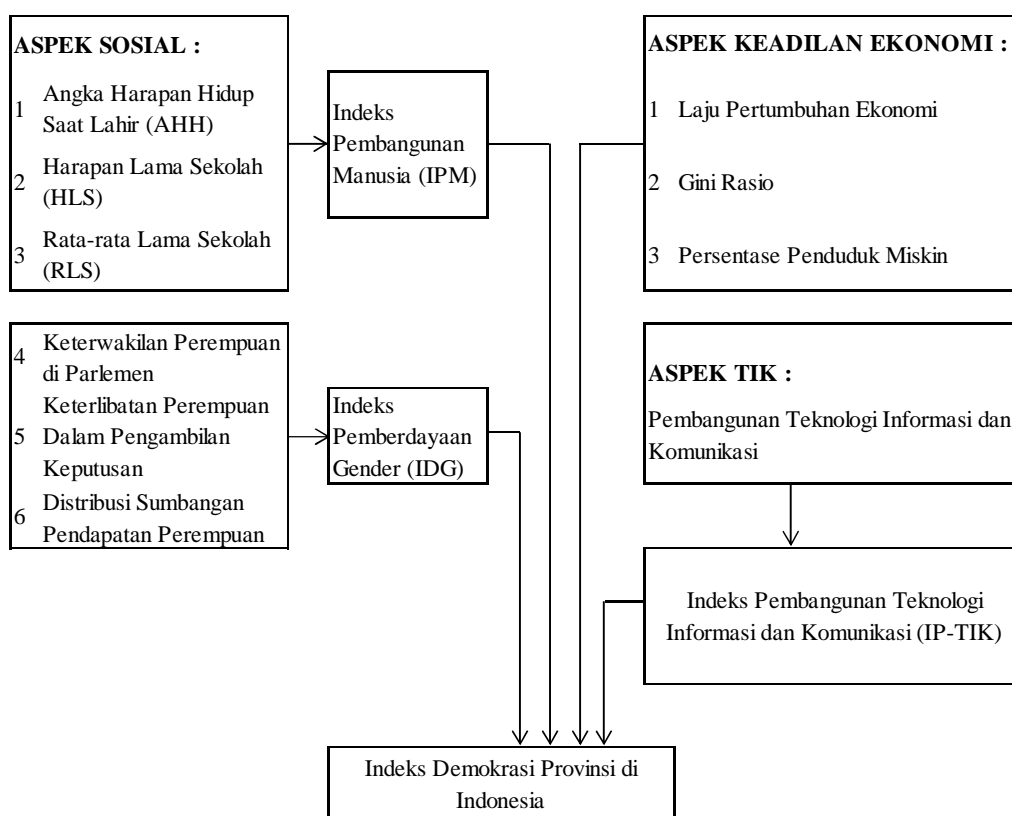
IDI merupakan alat ukur obyektif dan empiris terhadap kondisi demokrasi politik di Indonesia dalam 3 aspek, yaitu kebebasan sipil, hak-hak politik, dan kelembagaan demokrasi. IDI bertujuan untuk mengukur secara kuantitatif tingkat perkembangan demokrasi. IDI merupakan alat *general check up* terhadap kondisi demokrasi baik tingkat nasional maupun provinsi. Selain hal itu, perlu ditekankan bahwa IDI sesungguhnya bukanlah alat untuk mengevaluasi kinerja pemerintah semata karena komponen yang membentuk indikator, variabel dan aspek IDI tidak saja mengukur lingkup bidang tugas pemerintah semata, tetapi pada saat yang bersamaan juga mengukur geliat demokrasi yang tumbuh di masyarakat (BPS, 2012).

2.10 Faktor-Faktor yang Memengaruhi IDI

Pembangunan demokrasi dan politik merupakan hal yang terus diupayakan oleh pemerintah. Namun, untuk mengukur pencapaiannya baik di tingkat daerah maupun pusat bukan sesuatu hal yang mudah. Pembangunan

demokrasi memerlukan data empiris untuk dapat dijadikan landasan pengambilan kebijakan dan perumusan strategi yang spesifik dan akurat. Untuk memberikan gambaran mengenai perkembangan demokrasi politik di Indonesia maka sejak tahun 2009, BPS bersama Kementerian/Lembaga Pemerintah dan Tim Ahli merumuskan pengukuran IDI. Dalam merumuskan konsep demokrasi maupun metode pengukurannya IDI mempertimbangkan kekhasan persoalan Indonesia.

Perkembangan IDI di suatu wilayah dipengaruhi oleh beberapa faktor. Faktor tersebut tidaklah tunggal, diantaranya adalah faktor kesenjangan sosial, keadilan ekonomi, dan perbedaan tingkat pembangunan teknologi informasi dan komunikasi di wilayah tersebut. Mengkaji hasil beberapa penelitian maka dapat disusunlah kerangka konseptual beberapa variabel yang berpengaruh terhadap IDI yang dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 2.1 Kerangka Konseptual Penelitian

IDI yang tergambarkan pada Gambar 2.1 dipengaruhi oleh aspek sosial, keadilan ekonomi, teknologi informasi dan komunikasi. Dalam penelitian

Burkhardt dan Lewis-Beck (1994) menyimpulkan bahwa pertumbuhan ekonomi berpengaruh signifikan terhadap demokrasi tetapi demokrasi tidak berpengaruh signifikan terhadap pertumbuhan ekonomi. Pertumbuhan ekonomi merupakan salah satu indikator yang amat penting dalam melakukan analisis tentang pembangunan ekonomi yang terjadi pada suatu Negara. Todaro (2003) mendefinisikan pertumbuhan ekonomi (*economic growth*) sebagai suatu kenaikan terus menerus dalam produk per kapita atau per pekerja, yang seringkali dibarengi dengan kenaikan jumlah penduduk dan biasanya juga dengan perubahan struktural (Todaro, 2003). Pertumbuhan ekonomi digunakan untuk mengukur prestasi perkembangan perekonomian suatu wilayah. Dalam penelitian Agus Purwanto dan Syawie (2012) menyatakan bahwa kestabilan institusi-institusi demokrasi di suatu negara dipengaruhi atau dikondisikan oleh tingkat kelimpahannya. Rezim demokrasi hanya bertahan di negara-negara kaya, sehingga laju pertumbuhan ekonomi yang tercermin dalam produk domestik bruto per kapita, menentukan kelanggengan demokrasi.

Faktor lain yang berpengaruh terhadap perkembangan demokrasi adalah variabel IPM yang mencakup atas indikator angka harapan hidup saat lahir, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah. IPM merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia. IPM adalah suatu ukuran yang secara khusus menggambarkan pencapaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup, yaitu umur panjang dan sehat (*a long and healthy*), pengetahuan (*knowledge*), standard/standar hidup yang layak (*decent standard of living*). Norris dan Inglehart (2002) menyimpulkan bahwa ada pengaruh signifikan dari aspek sosial, indeks pembangunan dan tipe suatu masyarakat atas perkembangan demokrasi. Dalam penelitian Norris dan Inglehart (2002) tersebut, perkembangan demokrasi diukur dari aspek kendali pembangunan (Indeks Pembangunan Manusia dan tingkat pembangunan politik), aspek kendali sosial (umur, gender, pendidikan, pendapatan, dan tingkat religiositas) dan aspek tipe masyarakat (Islam, Ortodoks, Eropa, Amerika Latin, Sinic, Sub-Saharan African, Hindu dan Jepang).

Faktor lain yang berpengaruh terhadap IDI yang disebutkan Norris dan Inglehart (2002) adalah gender. Cerminan sejauh mana peran aktif perempuan

dalam kehidupan ekonomi dan politik di Indonesia adalah IDG. Peran aktif perempuan dalam kehidupan ekonomi dan politik mencakup partisipasi berpolitik, partisipasi ekonomi dan pengambilan keputusan serta penguasaan sumber daya ekonomi. Prinsipnya, IDG digunakan untuk melihat sejauh mana kapabilitas yang dicapai perempuan dapat dimanfaatkan di berbagai bidang kehidupan. Selain itu, IDG digunakan untuk mengukur persamaan peranan antara perempuan dan laki-laki dalam pengambilan keputusan di bidang politik maupun di bidang manajerial. IDG dibentuk berdasarkan tiga komponen, yaitu keterwakilan perempuan dalam parlemen, perempuan sebagai tenaga profesional, manajer, administrasi, dan teknisi, dan sumbangan pendapatan. Di lain penelitian, Höglström (2013) menyatakan variabel yang sangat menentukan kualitas indeks demokrasi diantaranya adalah institusi politik seperti elektoral disproportionalitas dan kekuasaan eksekutif, variabel sosial-ekonomi, dan variabel sejarah lamanya berdemokrasi. Ditambahkan dalam kesimpulannya bahwa tingkat kualitas indeks demokrasi berbeda sangat besar di antara negara-negara di dunia.

Faktor lain yang disebutkan berpengaruh terhadap perkembangan demokrasi menurut Norris dan Inglehart (2002) adalah perihail distribusi pendapatan yang secara umum dapat dicerminkan dalam koefisien gini (*gini ratio*). Gini Rasio merupakan sebuah ukuran tingkat ketimpangan pendapatan yang menyeluruh didasarkan pada kurva *lorenz*, yaitu sebuah kurva pengeluaran kumulatif yang membandingkan distribusi dari suatu variabel tertentu (misalnya pendapatan) dengan distribusi uniform (seragam) yang mewakili persentase kumulatif penduduk. Koefisien Gini berkisar antara 0 sampai 1. Apabila koefisien gini bernilai 0 berarti pemerataan sempurna atau ketimpangan yang rendah, sedangkan apabila bernilai 1 berarti ketimpangan sempurna.

Dilihat dari faktor keadilan ekonomi, persentase penduduk miskin juga berpengaruh terhadap perkembangan demokrasi. Dlamini (2015) menyebutkan faktor yang berpengaruh terhadap demokrasi diantaranya adalah jenis kelamin, tingkat pendidikan tertinggi, pekerjaan, kemiskinan hidup, daerah asal, urbanisasi, umur, kepemimpinan, religiusitas, kebanggaan warga Swaziland, dan kepercayaan tinggi terhadap raja, dan hal ini memperkuat bahwa memang benar aspek sosial ekonomi dapat berdampak pada perkembangan demokrasi. Kemiskinan dapat

diartikan sebagai suatu kondisi serba kekurangan. Secara singkat kemiskinan dapat didefinisikan sebagai suatu standar hidup yang rendah yaitu suatu tingkat kekurangan materi pada sejumlah atau segolongan orang dibandingkan dengan standar kehidupan yang umum berlaku dalam masyarakat yang bersangkutan. Setiap individu membutuhkan kalori untuk dapat melaksanakan kegiatan sehari-hari (Indonesia menetapkan batas minimum 2100 kkal per kapita per hari), fasilitas rumah, pakaian, pendidikan, kesehatan, transportasi dan kebutuhan pokok lainnya. Drazanova (2010) dalam penelitiannya menyatakan bahwa aspek pendukung terbentuknya demokrasi yang ideal dapat dianalisis diantaranya melalui tingkat pendidikan tertinggi, personalitas, sex ratio, status sosial ekonomi, agama yang dianut, dan tingkat kehadiran di gereja.

Faktor lain yang berdampak pada perkembangan demokrasi adalah tingkat pembangunan teknologi informasi dan komunikasi yang dapat tercerminkan pada IPTIK. IPTIK merupakan suatu ukuran standar pembangunan teknologi informasi dan komunikasi suatu wilayah. IPTIK sangat penting sebagai ukuran standar tingkat pembangunan TIK di suatu wilayah yang dapat dibandingkan antar waktu dan antar wilayah. Selain itu, IPTIK juga mampu mengukur pertumbuhan pembangunan TIK, mengukur gap digital atau kesenjangan digital antarwilayah, dan mengukur potensi pembangunan TIK atau pengembangannya untuk mendorong pertumbuhan pembangunan berdasarkan kemampuan dan keahlian yang tersedia IPTIK mempunyai skala pengukuran pada rentang 0-10. Nilai yang semakin mendekati 10 menunjukkan pencapaian indikator TIK yang semakin ideal di suatu wilayah. Keterkaitan TIK terhadap demokrasi, disebutkan Azis (2012) bahwa sistem demokrasi yang baik pada situasi tertentu akan sangat tergantung pada teknologi. Sebagai misal adalah teknologi informasi dan komunikasi yang digunakan dalam proses penyebaran berita-berita politik yang merupakan hak setiap warga negara. Atau misalnya teknologi komputasi yang digunakan dalam proses penghitungan suara dalam pemilihan umum.

Peran teknologi menjadi penting ketika disadari bahwa sistem demokrasi yang baik dapat dimanipulasi oleh pihak-pihak yang berkepentingan melalui penguasaan teknologi tersebut. Doko (2014) telah menganalisis juga variabel

yang mempengaruhi demokrasi yaitu variabel pendapatan, pendidikan tertinggi yang ditamatkan, agama, status kawin, pekerjaan, keorganisasian, partisipasi memilih, partisipasi kampanye, kecenderungan politik, penggunaan internet, dan pendapatan rumah tangga dan secara umum ia menyimpulkan bahwa pendapatan dan pendidikan berpengaruh signifikan dan positif terhadap perkembangan demokrasi. Dalam alam demokrasi sekarang ini, tentunya kerahasiaan, transparansi, kejujuran dan keadilan, kecepatan, dan ketepatan informasi yang berkaitan dengan kegiatan demokrasi seperti pemilu, pilpres dan pilkada mutlak dibutuhkan. Tentunya informasi sekarang ini lebih mungkin dapat diakses dengan teknologi. Dalam bentuk teknologi elektronik, kampanye muncul di televisi maupun radio, tanpa meninggalkan media cetak sebagai teknologi pendahulu. Sebuah realita bahwa kehadiran teknologi elektronik dirasakan telah mempermudah cara orang dan partai menyampaikan proram/kampanyenya. Tentunya perkembangan teknologi, khususnya teknologi informasi dan komunikasi, diharapkan dapat menyemarakkan dan meningkatkan partisipasi masyarakat dalam kegiatan demokrasi tersebut di atas dan tidak digunakan untuk kampanye negatif yang saling hina dan menjatuhkan lawan politik.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data yang telah dipublikasikan oleh BPS dalam Statistik Indonesia 2016, yang merupakan seri publikasi tahunan BPS yang menyajikan beragam jenis data yang bersumber dari BPS dan institusi lain. Selain itu, digunakan pula data sekunder dalam Berita Resmi Statistik (BRS) BPS 2016 yang merupakan jenis publikasi resmi BPS yang dirilis tiap bulan sesuai topik/isu utama yang telah ditetapkan dalam senarai rencana terbit (*Advance Release Calendar/ARC*). Dalam penelitian ini juga digunakan data sekunder yang berasal dari publikasi Pembangunan Manusia Berbasis Gender 2016. Publikasi ini diterbitkan secara rutin setiap tahun oleh KEMENPPPA bekerjasama dengan BPS, yang berisikan indikator pembangunan manusia, yaitu IPM, IPG, dan IDG yang dirinci sampai tingkat Kabupaten/Kota.

3.2 Variabel dan Struktur Data Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua jenis, yaitu variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X). Unit observasi dalam penelitian ini melibatkan 34 provinsi di Indonesia pada tahun 2015. Variabel-variabel pada penelitian ini disajikan lebih jelas dalam Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel Penelitian	Keterangan	Sumber Data
Y	Indeks Demokrasi Indonesia (IDI)	Berita Resmi Statistik BPS No. 73/08/Th. XIX, 03 Agustus 2016
X ₁	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	Statistik Indonesia 2016
X ₂	Indeks Pemberdayaan Gender (IDG)	Pembangunan Manusia Berbasis Gender 2016
X ₃	Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE)	Statistik Indonesia 2016

Tabel 3.1 Variabel Penelitian (lanjutan)

Variabel Penelitian	Keterangan	Sumber Data
X ₄	Persentase Penduduk Miskin (PPM)	Berita Resmi Statistik BPS No. 05/01/Th. XIX, 4 Januari 2016
X ₅	Koefisien Gini/Gini Rasio (GR)	Berita Resmi Statistik BPS No.37/04/Th. XIX, 18 April 2016
X ₆	Indeks Pembangunan Teknologi Informasi dan Komunikasi (IPTIK)	Berita Resmi Statistik BPS No. 115/12/Th.XIX, 15 Desember 2016

Definisi operasional variabel-variabel penelitian dan indikator-indikator yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2 Definisi Operasional Variabel Penelitian

Variabel Penelitian	Definisi Operasional dan Indikator Penelitian	Skala Data
IDI	IDI adalah alat ukur obyektif dan empiris terhadap kondisi demokrasi politik di Indonesia dalam 3 aspek yaitu Kebebasan Sipil, Hak-Hak Politik, dan Lembaga-lembaga Demokrasi.	Rasio
IPM	IPM merupakan ukuran ringkas rata-rata capaian/keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat/penduduk) yang meliputi tiga dimensi dasar, yaitu umur panjang dan hidup, pengetahuan, dan standard hidup layak.	Rasio
IDG	IDG merupakan ukuran sejauh mana peran aktif perempuan dalam kehidupan ekonomi dan politik yang mencakup partisipasi berpolitik, partisipasi ekonomi dan pengambilan keputusan serta penguasaan sumber daya ekonomi.	Rasio
LPE	LPE merupakan salah satu indikator penting untuk mengetahui kondisi ekonomi suatu wilayah dalam periode tertentu yang berupa perubahan nilai tambah barang dan jasa yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada tahun dasar.	Rasio

Tabel 3.2 Definisi Operasional Variabel Penelitian (lanjutan)

Variabel Penelitian	Definisi Operasional dan Indikator Penelitian	Skala Data
PPM	PPM adalah persentase penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita per bulan di bawah Garis Kemiskinan.	Rasio
GR	GR mengindikasikan ukuran tingkat ketimpangan pengeluaran penduduk di Indonesia dengan nilai yang berkisar antara 0-1. Semakin tinggi nilai GR menunjukkan ketimpangan yang semakin tinggi.	Rasio
IPTIK	IPTIK merupakan suatu ukuran standar yang dapat menggambarkan tingkat pembangunan teknologi informasi dan komunikasi suatu wilayah.	Rasio

Adapun struktur data penelitian yang digunakan dapat dituliskan seperti pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Struktur Data Penelitian

Provinsi ke-	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
1	y ₁	x ₁₁	x ₂₁	x ₃₁	x ₄₁	x ₅₁	x ₆₁
2	y ₂	x ₁₂	x ₂₂	x ₃₂	x ₄₂	x ₅₂	x ₆₂
3	y ₃	x ₁₃	x ₂₃	x ₃₃	x ₄₃	x ₅₃	x ₆₃
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
34	y ₃₄	x ₁₃₄	x ₂₃₄	x ₃₃₄	x ₄₃₄	x ₅₃₄	x ₆₃₄

3.3 Tahapan Penelitian

Untuk mendapatkan tujuan dalam penelitian ini, maka dilakukan tahapan sebagai berikut :

I. Mendapatkan estimasi interval terpendek untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Tahapan untuk mendapatkan tujuan pertama ini adalah sebagai berikut :

- a. Diberikan data $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ dengan n menyatakan banyaknya observasi data dan p menunjukkan banyaknya variabel prediktor,

dan pasangan data tersebut mengikuti model regresi nonparametrik multivariabel :

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

- b. Asumsikan fungsi nonparametrik *spline truncated* multivariabel persamaan (3.1) bersifat aditif, yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}) = \sum_{j=1}^p f_j(x_{ji}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

- c. Hampiri kurva regresi $f_j(x_{ji})$ dengan menggunakan model spline linier dengan r knot sebagai berikut :

$$f_j(x_{ji}) = \delta_0 + \delta_{j1}x_{ji} + \sum_{l=1}^r \delta_{j(1+l)}(x_{ji} - K_{jl})_+ \quad (3.3)$$

- d. Tuliskan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel yang menggunakan spline linier dengan r knot :

$$y_i = \delta_0 + \sum_{j=1}^p (\delta_{j1}x_{ji} + \sum_{l=1}^r \delta_{j(1+l)}(x_{ji} - K_{jl})_+) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

- e. Tampilkan model regresi pada persamaan (3.4) dalam bentuk matriks berikut :

$$\underline{y} = \mathbf{X}(\underline{\delta})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}, \quad \underline{\varepsilon} \sim \text{HDN}(0, \sigma^2 I) \quad (3.5)$$

- f. Temukan estimasi untuk parameter $\underline{\delta}$ dengan menggunakan metode MLE dengan tahapan sebagai berikut (Setiawan, 2007) :

- i. Bentuk suatu fungsi likelihood $L(\underline{\delta})$.
- ii. Buat suatu transformasi $l(\underline{\delta}) = \log(L(\underline{\delta}))$.
- iii. Dapatkan estimasi parameter untuk $\underline{\delta}$ dengan menggunakan aturan

$$\text{derivatif parsial, yang memenuhi syarat } \frac{\partial l(\underline{\delta})}{\partial \underline{\delta}} = 0.$$

- g. Hitung estimasi titik untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel untuk $\underline{f}(\underline{x})$, yaitu $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$.
- h. Dapatkan distribusi dari estimasi titik untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$.

- i. Dapatkan *pivotal quantity*, $T(\underline{x}, y)$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $f(\underline{x})$.
- j. Untuk $T_i(\underline{x}, y)$ adalah suatu *pivotal quantity* untuk $f_i(\underline{x})$, $i=1, 2, \dots, n$ dan untuk $a_i(\underline{x})=a_i$, $b_i(\underline{x})=b_i$ suatu konstanta tertentu, serta α merupakan taraf kesalahan, kalkulasikan persamaan probabilitas berikut :

$$P(a_i \leq T_i(\underline{x}, y) \leq b_i) = 1 - \alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3.6)$$

atau untuk $g_i(t)$ suatu fungsi densitas dan $G_i(t)$ suatu fungsi distribusi kumulatif dari *pivotal quantity*, $T_i(\underline{x}, y)$, persamaan (3.6) dapat dituliskan menjadi :

$$\int_{a_i}^{b_i} g_i(t) dt = 1 - \alpha, \quad \text{atau} \quad (3.7)$$

$$G_i(b_i) - G_i(a_i) = 1 - \alpha. \quad (3.8)$$

- k. Hitung panjang interval konfidensi untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $f_i(\underline{x})$, $i=1, 2, \dots, n$ sebagai $l(a_i, b_i)$.
- l. Bentuk persamaan fungsi Lagrange dari hasil l.k., persamaan (3.8), dan untuk suatu konstanta Lagrange, λ dengan rumusan sebagai berikut :

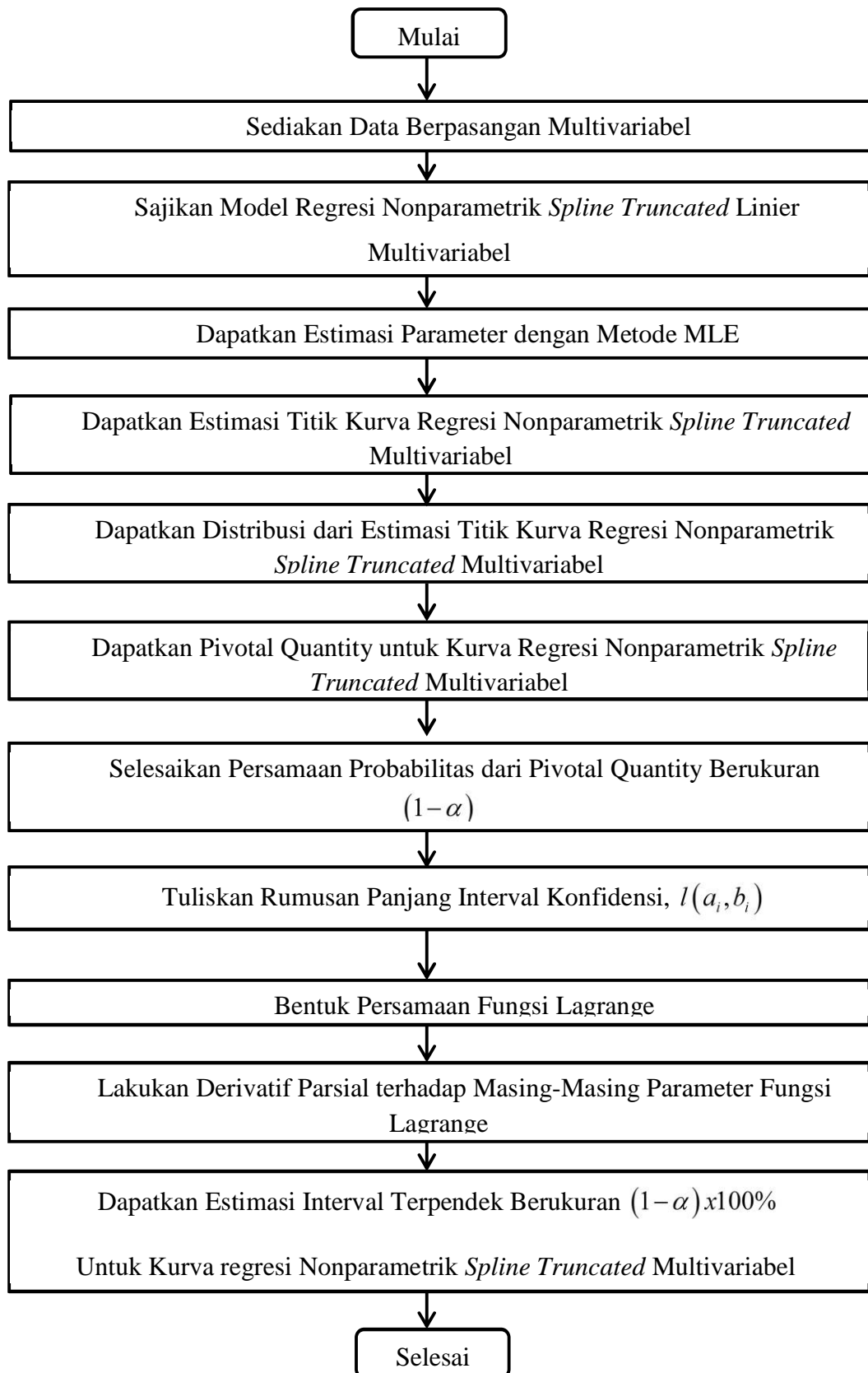
$$F(a_i, b_i, \lambda) = l(a_i, b_i) + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)) \quad (3.9)$$

- m. Dapatkan nilai (a_i, b_i, λ) yang memenuhi nilai dari derivatif parsial fungsi Lagrange terhadap masing-masing parameternya sama dengan nol, yaitu sebagai berikut :

$$\frac{\partial F(a_i, b_i, \lambda)}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial F(a_i, b_i, \lambda)}{\partial b_i} = 0, \quad \frac{\partial F(a_i, b_i, \lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

- n. Dapatkan estimasi interval terpendek $(1 - \alpha) \times 100\%$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multiariabel $f_i(\underline{x})$, $i=1, 2, \dots, n$.

Diagram alir kajian teoritis untuk menyelesaikan tujuan pertama adalah sebagai Berikut :

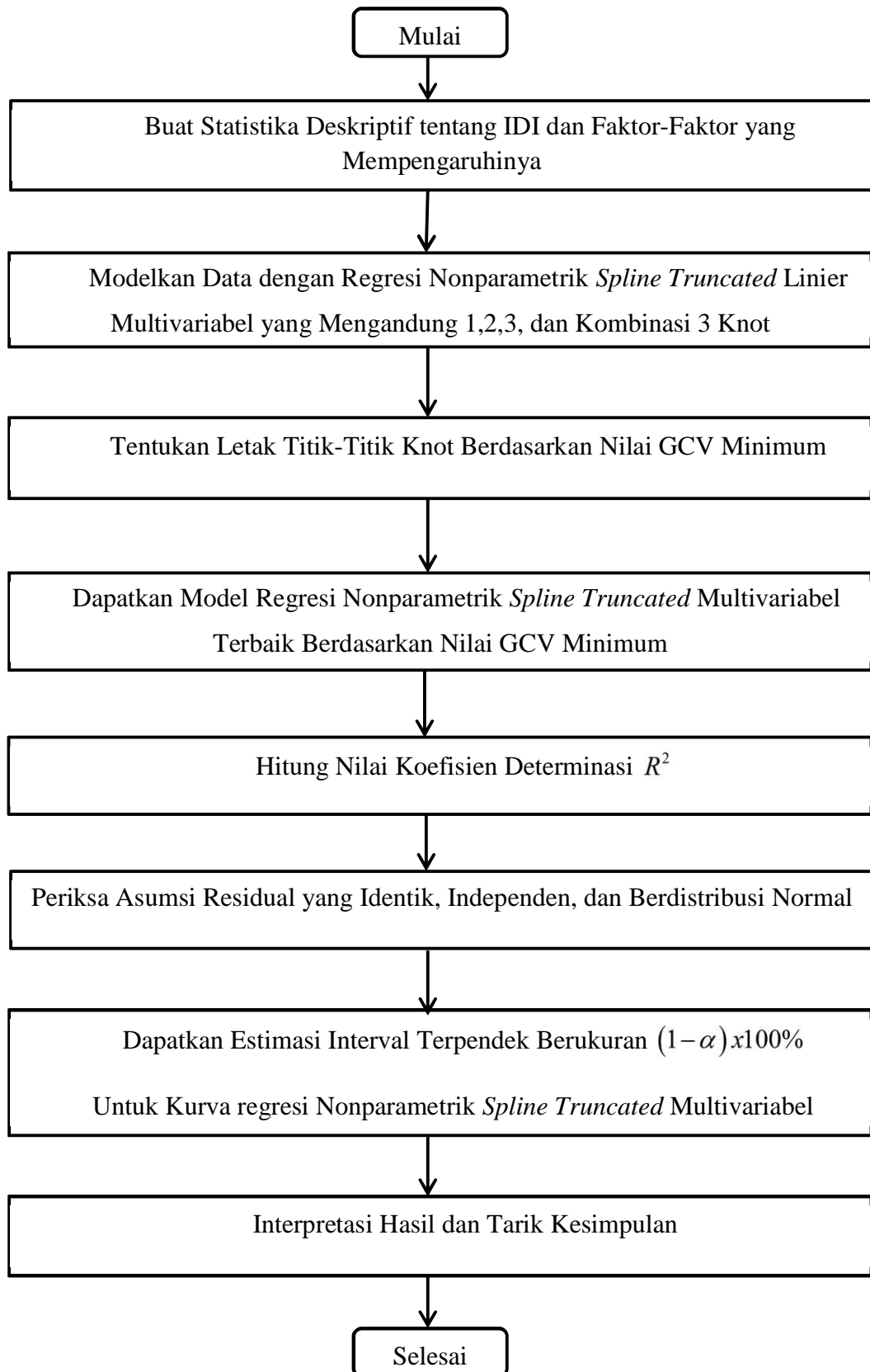


Gambar 3.1 Tahapan Analisis untuk Mendapatkan Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* Multivariabel

II. Mengaplikasikan estimasi interval terpendek pada data makro sosial, ekonomi, dan teknologi informasi dan komunikasi yang diduga berpengaruh secara signifikan terhadap IDI. Tahapan untuk mendapatkan tujuan kedua ini adalah sebagai berikut :

- a. Buat statistika deskriptif untuk variabel respon, dalam hal ini indeks demokrasi Indonesia dan variabel prediktor yang terdiri atas IPM, IDG, LPE, PPM, GR, dan IPTIK
- b. Membuat *scatter plot* antara variabel respon dengan variabel prediktor.
- c. Bentuk model IDI dengan variabel yang diduga mempengaruhinya dengan langkah-langkah berikut :
 - i. Modelkan data dengan menggunakan spline linier yang mengandung satu titik knot, dua titik knot, tiga titik knot, dan kombinasi titik knot dari ketiganya.
 - ii. Tentukan letak titik knot berdasarkan nilai GCV. Titik knot yang digunakan adalah satu titik knot, dua titik knot, tiga titik knot, dan kombinasi titik knot dari ketiganya.
- d. Tentukan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel terbaik yang terbentuk dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - i. Hitung nilai GCV.
 - ii. Pilih titik knot optimal berdasarkan dari hasil perhitungan nilai GCV yang paling minimum.
 - iii. Dapatkan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel terbaik yang terbentuk.
- e. Hitung nilai koefisien determinasi R^2 berdasarkan persamaan (2.16).
- f. Lakukan pengujian asumsi residual yang Identik, Independen, dan Berdistribusi Normal (IIDN)
- g. Dapatkan estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel.
- h. Interpretasikan estimasi interval terpendek untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel yang telah didapatkan dan tarik kesimpulan akhir.

Diagram alir analisis interval model IDI dapat disajikan sebagai berikut :



Gambar 3.2 Tahapan Analisis Estimasi Interval Model IDI

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan kajian mengenai estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Kajian tersebut melalui tahapan pembentukan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, estimasi parameter regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, hingga diperoleh estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Setelah didapatkan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, hasilnya akan diterapkan pada data IDI Tahun 2015. IDI akan dimodelkan dengan menggunakan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan fungsi spline linier satu knot, dua knot, tiga knot, dan kombinasi knot. Model terbaik ditentukan dengan menggunakan nilai GCV minimum. Selanjutnya diterapkan estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI yang dapat menjelaskan suatu probabilitas bahwa model IDI akan terletak dalam selang tertentu dengan suatu nilai batas bawah dan batas atas dari model IDI yang terbentuk.

4.1 Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dimaksudkan sebagai suatu nilai interval dari statistik sampel yang berisi kemungkinan termuatnya model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel. Nilai interval yang muncul adalah nilai yang didasarkan probabilitas tertentu, misalnya seringkali dalam praktek dipilih probabilitas 90%, 95% atau 99%.

4.1.1 Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Diberikan data berpasangan $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ dan hubungan data berpasangan tersebut mengikuti model regresi nonparametrik berikut :

$$y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

dengan $f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ adalah kurva regresi yang tidak diketahui bentuknya, ε_i merupakan *error* random yang identik, independen, dan berdistribusi normal dengan *mean* nol dan *varians* σ^2 atau dapat dituliskan $\varepsilon_i \sim IIDN(0, \sigma^2)$. Jika kurva regresi $f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ diasumsikan bersifat aditif maka dapat dituliskan menjadi.

$$\begin{aligned} y_i &= f(x_{1i}) + f(x_{2i}) + \dots + f(x_{pi}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ &= \sum_{j=1}^p f(x_{ji}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Jika $f(x_{ji})$, $j = 1, 2, \dots, p$; $i = 1, 2, \dots, n$ pada persamaan (4.2) dihampiri dengan fungsi *spline truncated* linier, yaitu:

$$f(x_{ji}) = \delta_0 + \delta_{j1}x_{ji} + \sum_{l=1}^r \delta_{j(1+l)}(x_{ji} - K_{jl})_+,$$

dengan

$$(x_{ji} - K_{jl})_+ = \begin{cases} (x_{ji} - K_{jl})_+ & , \quad x_{ji} \geq K_{jl} \\ 0 & , \quad x_{ji} < K_{jl} \end{cases} \quad (4.3)$$

maka diperoleh model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel sebagai berikut :

$$y_i = \delta_0 + \sum_{j=1}^p \left(\delta_{j1}x_{ji} + \sum_{l=1}^r \delta_{j(1+l)}(x_{ji} - K_{jl})_+ \right) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.4)$$

Persamaan (4.3) dapat diuraikan untuk nilai $j = 1, 2, \dots, p$, sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y_i &= \delta_0 + \delta_{11}x_{1i} + \sum_{l=1}^r \delta_{1(1+l)}(x_{1i} - K_{1l})_+ + \delta_{21}x_{2i} + \sum_{l=1}^r \delta_{2(1+l)}(x_{2i} - K_{2l})_+ + \\ &\quad + \delta_{31}x_{3i} + \sum_{l=1}^r \delta_{3(1+l)}(x_{3i} - K_{3l})_+ + \dots + \delta_{p1}x_{pi} + \sum_{l=1}^r \delta_{p(1+l)}(x_{pi} - K_{pl})_+ + \varepsilon_i, \\ &\quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.5)$$

Persamaan (4.5) jika dituliskan berdasarkan kelompok polinomial orde satu dan untuk unsur *truncated* dengan nilai $k = 1, 2, \dots, r$, sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y_i &= \delta_0 + \delta_{11}x_{1i} + \delta_{21}x_{2i} + \delta_{31}x_{3i} + \delta_{41}x_{4i} + \delta_{51}x_{5i} + \delta_{61}x_{6i} + \dots + \delta_{p1}x_{pi} + \\ &\quad + \delta_{12}(x_{1i} - K_{11})_+ + \delta_{22}(x_{2i} - K_{21})_+ + \delta_{32}(x_{3i} - K_{31})_+ + \dots + \delta_{p2}(x_{pi} - K_{p1})_+ + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\delta_{13}(x_{1i}-K_{12})_+ + \delta_{23}(x_{2i}-K_{22})_+ + \delta_{33}(x_{3i}-K_{32})_+ + \dots + \delta_{p3}(x_{pi}-K_{p2})_+ + \\
& + \dots + \\
& + \delta_{1(1+r)}(x_{1i}-K_{1r})_+ + \dots + \delta_{p(1+r)}(x_{pi}-K_{pr})_+ + \varepsilon_i
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Untuk mempermudah dalam perhitungan matematika dalam tahap berikutnya maka persamaan (4.6) dapat disajikan dalam bentuk matrik model regresi nonparametik *spline truncated* multivariabel sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} & (x_{11}-K_{11})_+ & \dots & (x_{11}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} & (x_{12}-K_{11})_+ & \dots & (x_{12}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \dots & x_{p3} & (x_{13}-K_{11})_+ & \dots & (x_{13}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{1r})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} & (x_{1n}-K_{11})_+ & \dots & (x_{1n}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{11})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{1r})_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_0 \\ \delta_{11} \\ \delta_{21} \\ \vdots \\ \delta_{p1} \\ \delta_{12} \\ \delta_{13} \\ \vdots \\ \delta_{1(1+r)} \\ \vdots \\ \delta_{p2} \\ \delta_{p3} \\ \vdots \\ \delta_{p(1+r)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix},$$

Bentuk matriks di atas dapat dituliskan dalam notasi matematika sebagai model regresi nonparametik *spline truncated* multivariabel sebagai berikut :

$$y = \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}, \quad \underline{\varepsilon} \sim \text{HDN}(\underline{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \tag{4.7}$$

dengan

$$\underline{y}' = (y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad \dots \quad y_n),$$

$$\underline{\varepsilon}' = (\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \dots \quad \varepsilon_n),$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{K}) = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} & (x_{11}-K_{11})_+ & \dots & (x_{11}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} & (x_{12}-K_{11})_+ & \dots & (x_{12}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \dots & x_{p3} & (x_{13}-K_{11})_+ & \dots & (x_{13}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{1r})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} & (x_{1n}-K_{11})_+ & \dots & (x_{1n}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{11})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{1r})_+ \end{pmatrix},$$

$$\underline{\delta}' = (\delta_0 \quad \delta_{11} \quad \delta_{21} \quad \dots \quad \delta_{p1} \quad \delta_{12} \quad \delta_{13} \quad \dots \quad \delta_{1(1+r)} \quad \dots \quad \delta_{p2} \quad \delta_{p3} \quad \dots \quad \delta_{p(1+r)}),$$

$\mathbf{X}(\mathbf{K})$ matriks berukuran $n \times (1 + p + pr)$, dan $\underline{\delta}$ vektor berukuran $(1 + p + pr) \times 1$.

4.1.2 Estimasi Titik Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Estimasi parameter regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dapat diperoleh dari konstruksi persamaan umum regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel yang diasumsikan mempunyai *error* random dan bersifat identik, independen dan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan varians σ^2 atau dapat dituliskan $\varepsilon_i \sim \text{IIDN}(0, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Fungsi kepadatan peluang dari *error* random ε_i dapat dituliskan sebagai berikut :

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \varepsilon_i^2\right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.8)$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, yaitu $\hat{\delta}$ maka dibentuklah fungsi likelihood yang merupakan fungsi probabilitas bersama dari variabel random $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ dengan δ sebagai parameter. Fungsi likelihood tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L(\delta) &= f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n), \\ &= \prod_{i=1}^n f(\varepsilon_i), \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \varepsilon_i^2\right) \right), \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2\right), \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \varepsilon' \varepsilon\right), \\ &= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (y - \mathbf{X}(\mathbf{K})\delta)' (y - \mathbf{X}(\mathbf{K})\delta)\right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Untuk memudahkan penyelesaian optimasi fungsi likelihood pada persamaan (4.9), maka dibentuklah transformasi fungsi likelihood sebagai berikut :

$$l(\delta) = \log L(\delta) = -\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (y - \mathbf{X}(\mathbf{K})\delta)' (y - \mathbf{X}(\mathbf{K})\delta). \quad (4.10)$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter dari δ maka dilakukan derivatif parsial $l(\delta)$ terhadap parameter δ yang hasilnya sama dengan nol sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\underline{\delta})}{\partial \underline{\delta}} &= \frac{\partial \left(-\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right)}{\partial \underline{\delta}}, \\
&= \frac{\partial \left(-\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) \right)}{\partial \underline{\delta}} + \frac{\partial \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right)}{\partial \underline{\delta}}, \\
&= -\frac{1}{2\sigma^2} \frac{\partial (\underline{y}'\underline{y} - 2\underline{\delta}'\mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y} + \underline{\delta}'\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})}{\partial \underline{\delta}}, \\
&= \frac{\partial \underline{y}'\underline{y}}{\partial \underline{\delta}} - 2 \frac{(\underline{\delta}'\mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y})}{\partial \underline{\delta}} + \frac{\partial (\underline{\delta}'\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})}{\partial \underline{\delta}} = 0, \\
&\Leftrightarrow 0 - 2\mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y} + 2\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} = 0, \\
&\Leftrightarrow (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))\underline{\delta} = \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}, \\
&\Leftrightarrow (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))\underline{\delta} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}, \\
&\Leftrightarrow \underline{\hat{\delta}} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}.
\end{aligned}$$

Dari proses pembentukan model regresi *spline truncated* multivariabel hingga estimasi untuk parameter $\underline{\delta}$ yang serupa dengan penelitian yang dilakukan oleh Setiawan (2017), diperoleh hasil estimasi untuk parameter $\underline{\delta}$ yaitu :

$$\underline{\hat{\delta}} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y} \quad (4.11)$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}(\mathbf{K}) &= \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \dots & x_{p1} & (x_{11}-K_{11})_+ & \dots & (x_{11}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p1}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \dots & x_{p2} & (x_{12}-K_{11})_+ & \dots & (x_{12}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p2}-K_{1r})_+ \\ 1 & x_{13} & x_{23} & \dots & x_{p3} & (x_{13}-K_{11})_+ & \dots & (x_{13}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{11})_+ & \dots & (x_{p3}-K_{1r})_+ \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{pn} & (x_{1n}-K_{11})_+ & \dots & (x_{1n}-K_{1r})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{11})_+ & \dots & (x_{pn}-K_{1r})_+ \end{pmatrix}, \\
\underline{y}' &= (y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad \dots \quad y_n), \\
\underline{\hat{\delta}}' &= (\hat{\delta}_0 \quad \hat{\delta}_{11} \quad \hat{\delta}_{21} \quad \dots \quad \hat{\delta}_{p1} \quad \hat{\delta}_{12} \quad \hat{\delta}_{13} \quad \dots \quad \hat{\delta}_{1(1+r)} \quad \dots \quad \hat{\delta}_{p2} \quad \hat{\delta}_{p3} \quad \dots \quad \hat{\delta}_{p(1+r)}).
\end{aligned}$$

Dalam regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel tidak dilakukan pemeriksaan multikolinieritas, hal ini dikarenakan regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel merupakan bagian dari regresi ridge, yaitu suatu analisis regresi yang digunakan untuk mengatasi multikolinieritas yang tinggi. Bentuk akomodasi untuk mengatasi multikolinieritas yang tinggi dalam model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\underline{y} = \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}$, dengan estimator

$\hat{\delta}$, yaitu $\hat{\delta} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{y}$ selalu dapat ditentukan walaupun matriks $\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})$ merupakan matriks yang hampir singular. Dalam hal ini, kolom-kolom dari matriks $\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})$ merupakan kombinasi linier dari kolom lainnya, sehingga elemen-elemen dari $(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}$ dan variansi $\hat{\delta}$ menjadi besar. Permasalahan ini diselesaikan dalam regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan cara menambahkan parameter-parameter yang melekat pada fungsi *truncated* sehingga selalu didapatkan matriks $\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})$ yang *full rank* dan merupakan matriks non singular, dan selalu didapatkan estimator $\hat{\delta} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{y}$ yang mempunyai variansi lebih kecil.

Beberapa sifat estimator untuk parameter δ dapat diturunkan sebagai berikut :

1. $\hat{\delta}$ bersifat linier terhadap \mathbf{y}

Sifat linieritas $\hat{\delta}$ ditunjukkan oleh persamaan (4.11) yang menyebutkan bahwa $\hat{\delta}$ merupakan hasil kali suatu matriks yang merupakan variabel yang bersifat tetap dengan suatu vektor \mathbf{y} yang merupakan suatu variabel random dengan orde satu.

2. $\hat{\delta}$ mempunyai sifat tak bias.

Sifat tak bias $\hat{\delta}$ dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\delta}) &= E\left\{(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{y}\right\}, \\
 &= (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})E(\mathbf{y}), \\
 &= (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})\delta), \\
 &= (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))\delta, \\
 &= \delta.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

3. $\hat{\delta}$ berdistribusi normal.

Distribusi dari estimasi parameter δ dapat diturunkan dari sifat linieritas $\hat{\delta}$ terhadap \mathbf{y} yaitu oleh karena ε error random berdistribusi normal maka \mathbf{y} berdistribusi normal, sehingga karena $\hat{\delta}$ mempunyai sifat linieritas terhadap

\underline{y} maka dapat disimpulkan bahwa $\hat{\underline{\delta}}$ berdistribusi normal atau dapat dituliskan $\hat{\underline{\delta}} \sim N(E(\hat{\underline{\delta}}), Var(\hat{\underline{\delta}}))$. Nilai ekspektasi dari $\hat{\underline{\delta}}$ tersebut dalam persamaan (4.12) dan varians dari $\hat{\underline{\delta}}$ dapat diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
Var(\hat{\underline{\delta}}) &= Var\left((\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}\right), \\
&= \left[(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right] Var(\underline{y}) \left[(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right]', \\
&= \left[(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right] \sigma^2 \mathbf{I} \left[(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right]', \\
&= \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}, \\
&= \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}, \\
&= \sigma^2 (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Untuk varians populasi σ^2 tidak diketahui maka σ^2 ditaksir dengan *mean squared error* (MSE). Dari persamaan (4.12) dan (4.13), maka dapat disimpulkan distribusi dari estimasi parameter $\hat{\underline{\delta}}$ adalah :

$$\hat{\underline{\delta}} \sim N(\underline{\delta}, \sigma^2 (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}). \tag{4.14}$$

4.1.3 Estimasi Titik Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Setelah didapatkan estimasi parameter $\hat{\underline{\delta}}$ seperti pada persamaan (4.11), maka estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dapat diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (4.11) ke dalam persamaan (4.7), sehingga diperoleh estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\hat{f}(\underline{x})$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\hat{\underline{y}} = \hat{f}(\underline{x}) &= \mathbf{X}(\mathbf{K})\hat{\underline{\delta}}, \\
&= \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}, \\
&= \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y},
\end{aligned} \tag{4.15}$$

dengan

$$\hat{\underline{f}}(\underline{x}) = \begin{pmatrix} \hat{f}_1(\underline{x}) \\ \hat{f}_2(\underline{x}) \\ \vdots \\ \hat{f}_n(\underline{x}) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}).$$

Beberapa sifat estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ dapat diturunkan sebagai berikut :

1. $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ bersifat linier terhadap \underline{y} .

Sifat linieritas $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ ditunjukkan oleh persamaan (4.15) yang menyebutkan bahwa $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ merupakan hasil kali suatu matriks yang merupakan variabel yang bersifat tetap dengan suatu vektor \underline{y} yang merupakan suatu variabel random dengan orde satu.

2. $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ mempunyai sifat tak bias.

Sifat tak bias $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ dapat ditunjukkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E(\hat{\underline{f}}(\underline{x})) &= E(\mathbf{X}(\mathbf{K})\hat{\underline{\delta}}), \\ &= E(\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}), \\ &= \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})E(\underline{y}), \\ &= \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}), \\ &= \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))\underline{\delta}, \\ &= \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}, \\ &= \underline{f}(\underline{x}). \end{aligned} \tag{4.16}$$

3. $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ berdistribusi normal.

Distribusi dari estimasi parameter $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ dapat diturunkan dari sifat linieritas $\hat{\underline{f}}(\underline{x})$ terhadap \underline{y} yaitu berdistribusi normal atau dapat dituliskan dengan

$\hat{f}_{\sim}(x) \sim N(E(\hat{f}_{\sim}(x)), Var(\hat{f}_{\sim}(x)))$. Nilai ekspektasi dari $\hat{f}_{\sim}(x)$ tersebut dalam persamaan (4.16) dan varians dari $\hat{f}_{\sim}(x)$ dapat diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 Var(\hat{f}_{\sim}(x)) &= Var(\mathbf{X}(\mathbf{K})\hat{\delta}), \\
 &= Var(\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})y), \\
 &= (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})) Var(y) (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}))', \\
 &= (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})) \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}))', \\
 &= \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})), \\
 &= \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{I} \mathbf{X}'(\mathbf{K})), \\
 &= \sigma^2 \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}). \\
 &= \sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K}).
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Berdasarkan sifat-sifat diatas maka diperoleh distribusi dari $\hat{f}_{\sim}(x)$ adalah

$$\hat{f}_{\sim}(x) \sim N(f(x), \sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})). \tag{4.18}$$

Berangkat dari estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dan telah diperoleh distribusi dari $\hat{f}_{\sim}(x)$ maka dapat dikonstruksikan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel.

4.1.4 Pivotal Quantity Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Dalam tujuan untuk mendapatkan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, maka setelah didapatkan distribusi dari estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, tahap selanjutnya adalah mendapatkan *pivotal quantity* untuk $\hat{f}_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Pemilihan *pivotal quantity* tidaklah tunggal, bahkan bisa terdapat tak hingga banyak *pivotal quantity* yang memungkinkan untuk dipilih.

Namun demikian, untuk maksud tertentu dapat dipilih suatu *pivotal quantity*, $T_i(\underline{x}, \underline{y})$, $i = 1, 2, \dots, n$ dengan melakukan transformasi sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - E(\hat{f}_i(\underline{x}))}{\sqrt{\left[\text{Var}(\hat{f}_i(\underline{x})) \right]_{ii}}} \quad (4.19)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan persamaan (4.16) dan (4.17) ke persamaan (4.19) maka diperoleh :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 (\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}} \quad (4.20)$$

dengan

$T_i(\underline{x}, \underline{y})$ menyatakan *pivotal quantity* pada pengamatan ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$.

$\mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}$ menyatakan elemen diagonal utama ke- i dari matriks $\mathbf{A}(\mathbf{K})$ dan $i = 1, 2, \dots, n$.

Untuk varians populasi, σ^2 tidak diketahui, maka digunakan $\hat{\sigma}^2 = \text{MSE}$, sehingga diperoleh :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\text{MSE}(\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}} \quad (4.21)$$

dengan

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{(\underline{y} - \hat{\underline{y}})' (\underline{y} - \hat{\underline{y}})}{n - (1 + p + pr)} \\ &= \frac{(\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\hat{\underline{\delta}})' (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})\hat{\underline{\delta}})}{n - (1 + p + pr)} \\ &= \frac{(\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})'\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}(\mathbf{K})'\underline{y})' (\underline{y} - \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})'\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}(\mathbf{K})'\underline{y})}{n - (1 + p + pr)} \\ &= \frac{(\underline{y} - \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y})' (\underline{y} - \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y})}{n - (1 + p + pr)} \\ &= \frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Sehingga berdasarkan persamaan (4.22) maka *pivotal quantity* pada persamaan (4.21) dapat ditulis sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot (\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}. \quad (4.23)$$

Proses dalam mendapatkan *pivotal quantity* pada persamaan (4.23) dapat dituliskan sebagai Lemma 4.1.

Lemma 4.1.

Misalkan diberikan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\underline{y} = \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon} \sim \text{HDN}(\underline{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ dengan σ^2 tidak diketahui, estimasi parameter model adalah $\hat{\underline{\delta}} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}$, dan estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel adalah $\hat{f}(\underline{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y}$, dengan $\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})$ adalah matriks yang simetris dan idempoten maka *pivotal quantity* untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel adalah

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot (\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Bentuk persamaan (4.23) dapat dimodifikasi sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{(\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}}}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}}}. \quad (4.24)$$

Setelah didapatkan suatu *pivotal quantity* pada persamaan (4.24) maka tahap selanjutnya adalah mencari distribusi dari *pivotal quantity* tersebut. Untuk tujuan tersebut, jika persamaan (4.24) masing-masing pembilang dan penyebut dibagi dengan akar dari varians populasi σ^2 maka akan didapatkan *pivotal quantity* berdistribusi *t-student* dengan derajat bebas $n - (1 + p + pr)$, atau dapat ditulis sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{M_i}{\sqrt{\frac{U}{n-(1+p+pr)}}} \sim t(n-(1+p+pr)), \quad (4.25)$$

dengan

$$M_i = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}},$$

$$U = \frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{\sigma^2}.$$

Untuk membuktikan kebenaran pada persamaan (4.25), maka harus dipenuhi Definisi 2.7.2. Langkah-langkah pembuktian sebagai berikut :

$$i. \quad M_i = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} \sim N(0, 1), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Dari persamaan (4.18) diketahui bahwa $\hat{f}_i(\underline{x})$ berdistribusi normal dan oleh karena M merupakan kombinasi linier dari $\hat{f}_i(\underline{x})$, maka M juga berdistribusi normal.

$$M_i \sim N(E(M_i), \text{Var}(M_i)), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

dengan

$$\begin{aligned} E(M_i) &= E\left(\frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}}\right), \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} E(\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})), \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} (E(\hat{f}_i(\underline{x})) - E(f_i(\underline{x}))), \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} (f_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})), \\ &= \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} \cdot 0, \\ &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
Var(M_i) &= Var\left(\frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}}\right), \\
&= \frac{1}{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} Var\left(\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})\right), \\
&= \frac{1}{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \cdot \left(Var\left(\hat{f}_i(\underline{x})\right) + 0\right), \\
&= \frac{1}{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \cdot \left(\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}\right), \quad i = 1, 2, \dots, n, \\
&= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Dari hasil perhitungan pada persamaan (4.26) dan (4.27) dapat disimpulkan bahwa

$$M_i = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\sigma^2 \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} \sim N(0, 1), \quad i = 1, 2, \dots, n. \tag{4.28}$$

ii. $U = \frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-(1+p+pr))}.$

Untuk menunjukkan bahwa $U \sim \chi_{(n-(1+p+pr))}$ maka misalkan diambil

$$U = \frac{\underline{y}'\mathbf{B}\underline{y}}{\sigma^2} = \frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{\sigma^2},$$

dan

$$\lambda = \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' \mathbf{B}(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}),$$

akan dibuktikan berdasarkan Akibat 2. Teorema 2.7.6 , yaitu untuk

$$\underline{y} \sim N(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}, \sigma^2 \mathbf{I}) \Rightarrow \left[U = \frac{\underline{y}'\mathbf{B}\underline{y}}{\sigma^2} \sim \chi_{(c, \lambda)}^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{B} & \text{adalah idempoten} \\ c & \text{adalah rank dari } \mathbf{B} \end{cases} \right].$$

Oleh karena pada persamaan (4.7) diketahui *error* random $\underline{\varepsilon} \sim \text{IIDN}(\underline{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ dan \underline{y} merupakan kombinasi linier dari $\underline{\varepsilon}$, maka \underline{y} juga berdistribusi normal atau $\underline{y} \sim N(E(\underline{y}), Var(\underline{y}))$. Nilai ekspektasi dan varians dari \underline{y} dapat diperoleh berturut-turut sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
E(\underline{y}) &= E(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}), \\
&= \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + E(\underline{\varepsilon}), \\
&= \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{0}, \\
&= \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta},
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
Var(\underline{y}) &= Var(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}), \\
&= Var(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) + Var(\underline{\varepsilon}), \\
&= \underline{0} + \sigma^2 \mathbf{I}, \\
&= \sigma^2 \mathbf{I}.
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Dari persamaan (4.29) dan (4.30) maka dapat dituliskan distribusi dari \underline{y} yaitu:

$$\underline{y} \sim N(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}, \sigma^2 \mathbf{I}). \tag{4.31}$$

Untuk

$$U = \frac{\underline{y}' \mathbf{B} \underline{y}}{\sigma^2} = \frac{\underline{y}' (\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K})) \underline{y}}{\sigma^2},$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}),$$

diperoleh

$$U = \frac{\underline{y}' \mathbf{B} \underline{y}}{\sigma^2} = \frac{\underline{y}' (\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})) \underline{y}}{\sigma^2}.$$

Dengan mengambil matriks

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})),$$

akan dibuktikan \mathbf{B} adalah matriks yang idempoten sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}\mathbf{B} &= (\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})) (\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})), \\
&= \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) + \\
&\quad + (\mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})) (\mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})), \\
&= \mathbf{I} - 2\mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) + \\
&\quad + \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K})) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}), \\
&= \mathbf{I} - 2\mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) + \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}), \\
&= \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K}) (\mathbf{X}'(\mathbf{K}) \mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}), \\
&= \mathbf{B}.
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Terbukti bahwa \mathbf{B} adalah matrik yang idempoten. Untuk selanjutnya akan dihitung nilai dari $c = \text{rank}(\mathbf{B})$ berdasarkan Teorema 2.7.3, dengan langkah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
c &= \text{rank}(\mathbf{B}) = \text{rank}\left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right), \\
&= \text{trace}\left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\right), \\
&= \text{trace}(\mathbf{I}_n) - \text{trace}\left((\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))\right), \\
&= \text{trace}(\mathbf{I}_n) - \text{trace}(\mathbf{I}_{(1+p+pr)}), \\
&= n - (1 + p + pr).
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Selanjutnya akan dihitung nilai dari λ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\lambda &= \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' \mathbf{B} (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}), \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left((\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' \left(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) \right) (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right), \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left((\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) - (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta})' \left(\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K}) \right) (\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right), \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left(\underline{\delta}' \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} - \underline{\delta}' \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right), \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left(\underline{\delta}' \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} - \underline{\delta}' (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})) (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right), \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \left(\underline{\delta}' \mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} - \underline{\delta}' \mathbf{X}'(\mathbf{K})(\mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta}) \right), \\
&= 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Oleh karena hasil perhitungan dari persamaan (4.32), (4.33), dan (4.34), maka terbukti bahwa

$$U = \frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-(1+p+pr))} \tag{4.35}$$

iii. $\mathbf{D}\underline{y}$ dan $\underline{y}'\mathbf{B}\underline{y}$ saling independen

Dengan mengambil

$$\mathbf{D}\underline{y} = \hat{\underline{\delta}} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y},$$

$$\underline{\underline{y}}' \underline{\underline{B}} \underline{\underline{y}} = \underline{\underline{y}}' (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{K}})) \underline{\underline{y}}$$

$$\underline{\underline{B}} = (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})(\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})),$$

maka akan diperiksa independensi $\underline{\underline{D}}\underline{\underline{y}}$ dan $\underline{\underline{y}}'\underline{\underline{B}}\underline{\underline{y}}$ yang memenuhi syarat pada Akibat 1. Teorema 2.7.7, yaitu

$$\underline{\underline{y}} \sim N(\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{\delta}}, \sigma^2 \underline{\underline{I}}) \Rightarrow [\underline{\underline{D}}\underline{\underline{y}} \text{ dan } \underline{\underline{y}}'\underline{\underline{B}}\underline{\underline{y}} \text{ Independen} \Leftrightarrow \underline{\underline{D}}\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{O}}]$$

maka diperoleh

$$\begin{aligned} \underline{\underline{D}}\underline{\underline{B}} &= ((\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}))(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})(\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})), \\ &= (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}) - (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})(\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}), \\ &= (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}) - (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))(\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}), \\ &= (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}) - (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{I}}\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}), \\ &= (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}) - (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}}), \\ &= \underline{\underline{O}}. \end{aligned} \tag{4.36}$$

Dari persamaan (4.28), (4.35), dan (4.36) maka dapat ditarik kesimpulan bahwa persamaan (4.25) benar. Persamaan (4.25) dapat dituliskan menjadi

$$T_i(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{y}}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{\underline{x}}) - f_i(\underline{\underline{x}})}{\sqrt{\sigma^2 \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{K}})_{ii}}} \sim t(n - (1 + p + pr)) \tag{4.37}$$

$$\sqrt{\frac{\underline{\underline{y}}'(I - \underline{\underline{A}}(\underline{\underline{K}}))\underline{\underline{y}}}{\sigma^2}} \sqrt{\frac{1}{n - (1 + p + pr)}}$$

Proses hingga didapatkan *pivotal quantity* yang berdistribusi *t-student* dengan derajat bebas $n - (1 + p + pr)$ pada persamaan (4.37) dapat dituliskan sebagai Teorema 4.1.

Teorema 4.1.

Misalkan diberikan matriks $\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})$ berukuran $n \times (1 + p + pr)$, vektor kolom $\hat{\underline{\underline{\delta}}}$ berukuran $(1 + p + pr) \times n$, model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\underline{\underline{y}} = \underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{\delta}} + \underline{\underline{\varepsilon}}$, $\underline{\underline{\varepsilon}} \sim \text{IIDN}(\underline{\underline{0}}, \sigma^2 \underline{\underline{I}})$ dengan σ^2 tidak diketahui, estimasi parameter model adalah $\hat{\underline{\underline{\delta}}} = (\underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{X}}(\underline{\underline{K}}))^{-1} \underline{\underline{X}}'(\underline{\underline{K}})\underline{\underline{y}}$, dan estimasi titik

kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel adalah $\hat{f}(\underline{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y}$, dengan $\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{K})$ adalah matriks yang simetris dan idempoten maka *pivotal quantity* untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada observasi ke- i berdistribusi *t-student* dengan derajat bebas $n - (1 + p + pr)$ atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot (\mathbf{A}(\mathbf{K}))_{ii}}} \sim t_{(n - (1 + p + pr))}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Untuk perhitungan selanjutnya, maka persamaan (4.37) dapat dituliskan menjadi

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.38)$$

dan merupakan *pivotal quantity* untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\hat{f}(\underline{x})$ dengan σ^2 tidak diketahui.

4.1.5 Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Setelah didapatkan *pivotal quantity* pada persamaan (4.38), maka dalam konstruksi estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, $\hat{f}(\underline{x})$, diharapkan dapat menyelesaikan suatu persamaan probabilitas yang berukuran $1 - \alpha$ dengan $0 < \alpha < 1$. Misalkan diambil suatu konstanta tertentu $a_i(\underline{x}) = a_i$, $b_i(\underline{x}) = b_i$, dan suatu *pivotal quantity*, $T_i(\underline{x}, \underline{y})$ serta α merupakan taraf kesalahan, dapat disusun persamaan probabilitas berukuran $1 - \alpha$ sebagai berikut :

$$P(a_i \leq T_i(\underline{x}, \underline{y}) \leq b_i) = 1 - \alpha, \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.39)$$

Berdasarkan persamaan (4.38) maka persamaan (4.39) dapat dituliskan kembali menjadi :

$$P \left(a_i \leq \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}} \leq b_i \right) = 1 - \alpha. \quad (4.40)$$

Persamaan (4.40) dapat dituliskan kembali menjadi :

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) - a_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}, \text{ dan} \\ \text{II.} \quad & f_i(\underline{x}) \geq \hat{f}_i(\underline{x}) - b_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}, \end{aligned}$$

Pertidaksamaan I. dan II. dapat dituliskan kembali menjadi :

$$P \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - b_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) - a_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \right) = 1 - \alpha. \quad (4.41)$$

Setelah didapatkan persamaan (4.41) maka tahap berikutnya akan dihitung estimasi interval terpendek dengan ukuran $1 - \alpha$ dengan $0 < \alpha < 1$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $f_i(\underline{x})$ dengan menggunakan optimasi metode Pengali Lagrange seperti pada Definisi 2.7.5. Dari persamaan (4.41) maka dapat dituliskan panjang estimasi interval berukuran $1 - \alpha$ dengan $0 < \alpha < 1$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $f_i(\underline{x})$ sebagai $l(a_i, b_i)$ berikut :

$$\begin{aligned} l(a_i, b_i) &= \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - a_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \right) - \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - b_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \right) \\ &= (b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Panjang estimasi interval terpendek berukuran $0 < \alpha < 1$ untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $f_i(\underline{x})$ adalah

$$\text{Min}_{a_i, b_i \in \mathbb{R}} \{l(a_i, b_i)\} = \text{Min}_{a_i, b_i \in \mathbb{R}} \left\{ (b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \right\}, \quad (4.43)$$

dengan syarat dipenuhinya persamaan (4.39), yaitu :

$$\int_{a_i}^{b_i} g_i(t) dt = 1 - \alpha, \quad (4.44)$$

dengan

$$g_i(t) \text{ fungsi distribusi probabilitas } t_{(n-(1+p+pr))}.$$

Syarat pada persamaan (4.44) dapat dituliskan juga dengan

$$G_i(b_i) - G_i(a_i) = 1 - \alpha, \quad (4.45)$$

dengan

$$G_i(t) \text{ fungsi distribusi probabilitas kumulatif } t_{(n-(1+p+pr))}.$$

Untuk menyelesaikan permasalahan optimasi tersebut maka dibentuklah fungsi Pengali Lagrange sebagaimana disebutkan pada Definisi 2.7.5 dengan langkah-langkah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F(a_i, b_i, \lambda) &= l(a_i, b_i) + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)), \\ &= (b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Untuk mendapatkan nilai a_i dan b_i maka dilakukan derivatif parsial persamaan (4.46) terhadap masing-masing parameternya yaitu a_i , b_i , dan λ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(F(a_i, b_i, \lambda))}{\partial a_i} &= 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \left((b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)) \right)}{\partial a_i} = 0, \\ &\Leftrightarrow -\sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} - \lambda(g_i(a_i)) = 0. \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(F(a_i, b_i, \lambda))}{\partial b_i} &= 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \left((b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)) \right)}{\partial b_i} = 0, \\ &\Leftrightarrow \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(g_i(b_i)) = 0. \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial(F(a_i, b_i, \lambda))}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \left((b_i - a_i) \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha)) \right)}{\partial \lambda} = 0,$$

$$\Leftrightarrow G_i(b_i) - G_i(a_i) - (1 - \alpha) = 0, \quad (4.49)$$

Selanjutnya dilakukan eliminasi persamaan (4.47) dengan (4.48) sebagai berikut :

$$\begin{array}{r} -\sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} - \lambda(g_i(a_i)) = 0 \\ \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} + \lambda(g_i(b_i)) = 0 \\ \hline \lambda(g_i(b_i) - g_i(a_i)) = 0 \end{array}$$

Hasil perhitungan diatas dapat dituliskan sebagai berikut :

$$g_i(b_i) = g_i(a_i) \quad (4.50)$$

Persamaan (4.50) berimplikasi mempunyai 2 (dua) kemungkinan sebagai berikut :

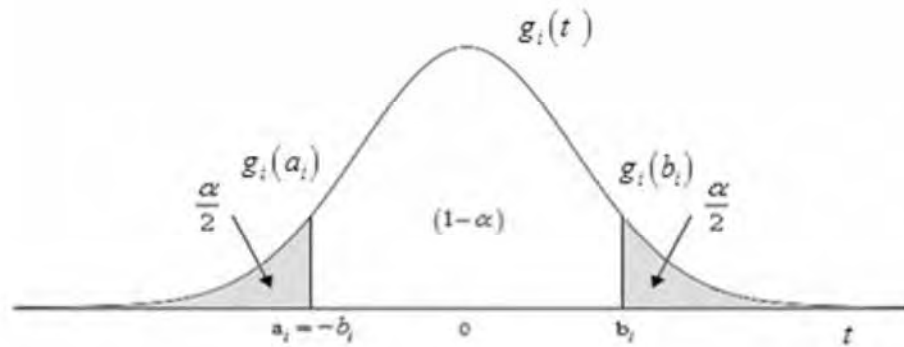
$$1. \ a_i = b_i.$$

Hal ini tidak memenuhi karena terjadi kontradiksi dengan persamaan (4.49).

$$2. \ a_i = -b_i.$$

Kemungkinan kedua, yaitu $a_i = -b_i$ dapat dipenuhi.

Hal ini dapat diilustrasikan dalam fungsi kepadatan peluang tiap observasi sebagai berikut :



Gambar 4.1 Daerah Kritis Penolakan Hipotesis H_0

Dari hasil ini maka persamaan (4.40) akan menjadi :

$$P \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - b_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) + b_i \sqrt{\frac{y'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))y}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \right) = 1 - \alpha. \quad (4.51)$$

Gambar 4.1 mempunyai makna dari suatu probabilitas berukuran $1-\alpha$ tiap observasi ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$ pada persamaan (4.39), diperoleh bahwa

$$\int_{-\infty}^{a_i} g_i(t) dt = \int_{b_i}^{\infty} g_i(t) dt = \frac{\alpha}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.52)$$

Persamaan (4.52) dapat dituliskan dengan,

$$P(-\infty < g_i(t) < a_i) = P(b_i < g_i(t) < \infty) = \frac{\alpha}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.53)$$

Persamaan (4.53) dalam statistika titik diperoleh

$$a_i = -t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \quad (4.54)$$

$$b_i = t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \quad (4.55)$$

Sehingga substitusi persamaan (4.55) ke persamaan (4.51) diperoleh hasil akhir berupa estimasi interval terpendek untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel sebagai berikut :

$$P \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) + t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \right) = 1 - \alpha, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.56)$$

Proses hingga didapatkan estimasi interval terpendek pada persamaan (4.56) dapat dituliskan sebagai Teorema 4.2.

Teorema 4.2.

Misalkan diberikan matriks $\mathbf{X}(\mathbf{K})$ berukuran $n \times (1 + p + pr)$, vektor kolom $\underline{\delta}$ berukuran $(1 + p + pr) \times n$, model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel $\underline{y} = \mathbf{X}(\mathbf{K})\underline{\delta} + \underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon} \sim \text{IIDN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ dengan σ^2 tidak diketahui, estimasi parameter model adalah $\hat{\underline{\delta}} = (\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{K})\underline{y}$, dan estimasi titik

kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel adalah $\hat{f}(\underline{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{K})\underline{y}$, dengan $\mathbf{A}(\mathbf{K}) = \mathbf{X}(\mathbf{K})(\mathbf{X}'(\mathbf{K})\mathbf{X}(\mathbf{K}))^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{K})$ adalah matriks yang simetris dan idempoten maka estimasi interval untuk kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada observasi ke- i adalah :

$$P \left(\hat{f}_i(\underline{x}) - t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) + t \left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr)) \right) \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii} \right) = 1 - \alpha, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

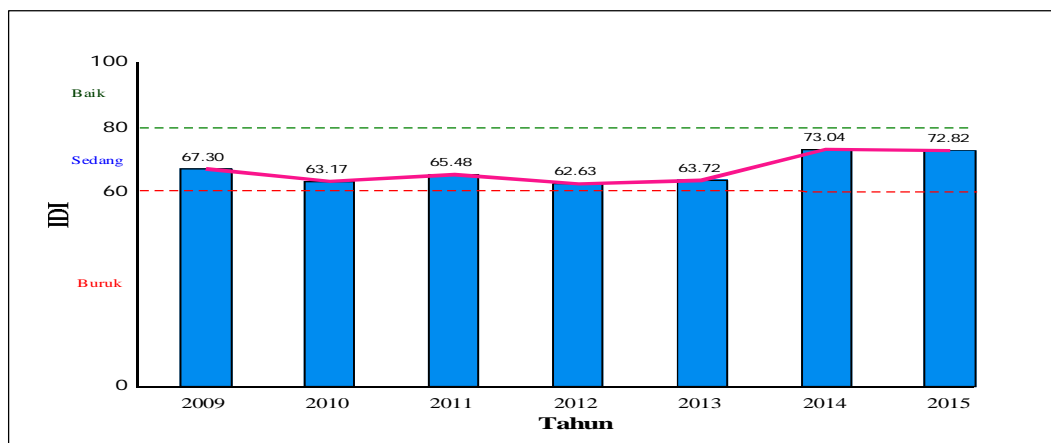
4.2 Aplikasi Estimasi Interval Model Pada Data IDI

Pada bagian ini akan dibahas mengenai IDI dan beberapa faktor yang diduga mempengaruhinya menggunakan statistika deskriptif dan akan dibahas pemodelan IDI menggunakan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan fungsi *spline truncated* linier satu knot, dua knot, tiga knot, dan kombinasi knot. Model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI tersebut kemudian dianalisis lebih lanjut dalam bentuk estimasi interval model IDI dengan probabilitas sebesar 95%. Estimasi interval model IDI dalam hal ini merupakan batas bawah dan batas atas dari model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI.

4.2.1 Statistik Deskriptif IDI dan Faktor yang Memengaruhinya

IDI Indonesia 2015 mencapai angka 72,82 dalam skala 0 sampai 100. Angka ini relatif tetap dibandingkan dengan angka IDI Indonesia 2014 yang sebesar 73,04. Capaian kinerja demokrasi Indonesia tersebut masih berada pada kategori sedang. Klasifikasi tingkat demokrasi dikelompokkan menjadi tiga kategori, yakni kategori baik (indeks > 80), kategori sedang (indeks 60 – 80), dan kategori buruk (indeks < 60). Sejak dirumuskan tahun 2009 hingga tahun 2015, capaian IDI mengalami fluktuasi. Pada awal mula IDI dihitung tahun 2009, skor IDI Indonesia mencapai 67,30. Pada tahun 2010 skor IDI Indonesia turun menjadi

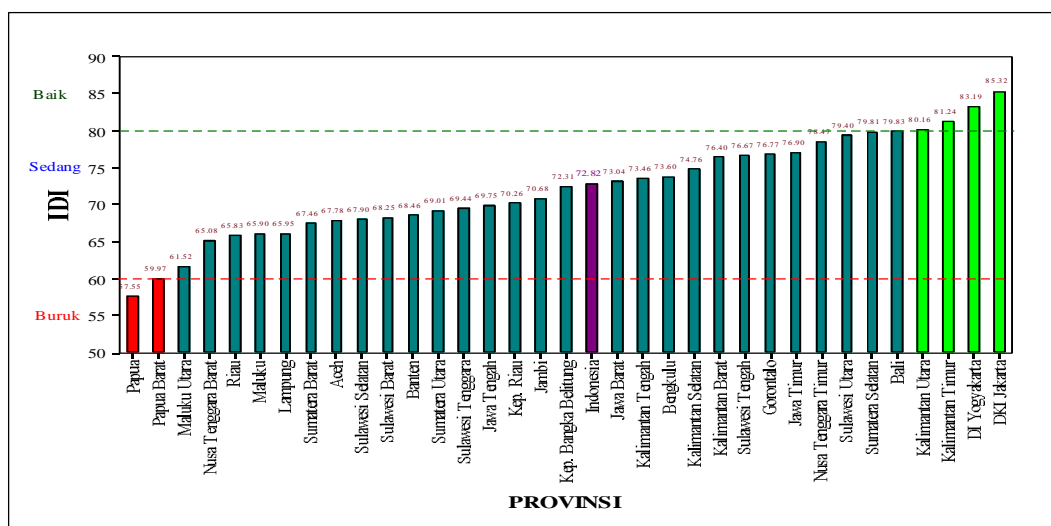
63,17, lalu naik pada 2011 menjadi 65,48, kemudian turun pada 2012 menjadi 62,63, tahun 2013 sebesar 63,72, tahun 2014 naik sebesar 73,04, dan tahun 2015 sebesar 72,82. Gambaran dinamika demokrasi Indonesia selama kurun tujuh tahun terakhir sungguh unik terlihat dari fluktuasinya. Sebagai perwujudan dari perkembangan demokrasi yang khas Indonesia, IDI memang dirancang untuk sensitif terhadap naik dan turunnya kondisi demokrasi Indonesia berdasarkan fakta atau realitas yang terjadi. Namun demikian, berdasarkan pengukuran perkembangan demokrasi di Indonesia seperti terlihat pada Gambar 4.2, IDI Indonesia masih menunjukkan Indonesia berada dalam kategori demokrasi berkinerja sedang (*medium performing democracy*). IDI Indonesia diperoleh dari rata-rata tertimbang capaian skor aspek IDI provinsi-provinsi di Indonesia. Setelah diperoleh skor aspek Indonesia, kemudian ditimbang dengan penimbang yang diperoleh dari AHP, sehingga terbentuklah IDI Indonesia.



Gambar 4.2 Perkembangan IDI Indonesia Tahun 2009-2015

Perkembangan IDI Provinsi di Indonesia cukup bervariasi. Pada tahun 2015, terdapat empat provinsi yang berada pada tingkat kinerja demokrasi yang berkategori baik yaitu DKI Jakarta (85,32), DI Yogyakarta (83,19), Kalimantan Timur (81,24), dan Kalimantan Utara (80,16) seperti tersaji pada Gambar 4.3. Pada tahun 2015 tersebut terdapat 28 provinsi lainnya yang berada dalam kinerja berkategori sedang, dan terdapat dua provinsi yang masih berkategori kinerja demokrasi yang buruk, yaitu Papua Barat dan Papua. Fluktuasi angka-angka IDI di setiap provinsi menunjukkan betapa dinamisnya demokrasi yang berlangsung dan menunjukkan betapa sensitifnya demokrasi terhadap unsur-unsur yang

mendukung ataupun meruntuhkan IDI. Berbagai provinsi masih bergulat dengan aneka ragam persoalan terkait demokrasi yang keberhasilan mengatasinya diukur dari seberapa jauh tantangan indikator IDI bisa dilewati oleh semua provinsi.



Gambar 4.3 IDI Provinsi di Indonesia Tahun 2015

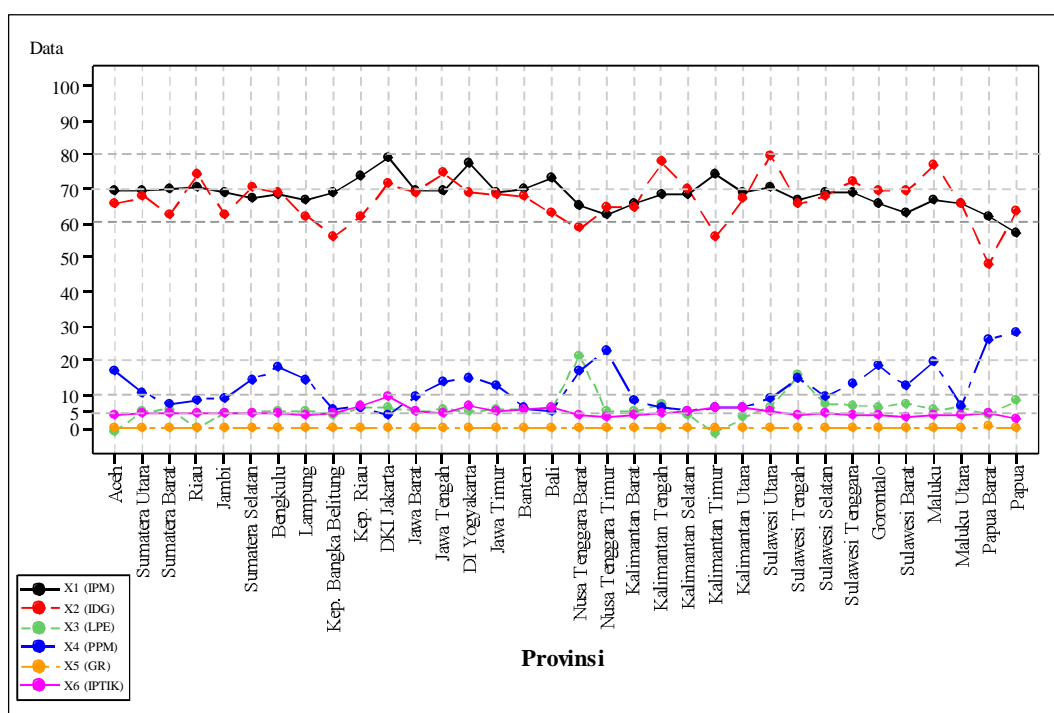
Selain adanya faktor deterministik penyusun IDI, perlu diperhatikan faktor-faktor yang secara probabilistik berpengaruh terhadap IDI. Faktor yang berpengaruh terhadap IDI (y) dalam penelitian ini diantaranya adalah IPM (X_1), IDG (X_2), LPE (X_3), PPM (X_4), GR (X_5), dan IPTIK (X_6). Berikut ini hasil analisis deskriptif dari tiap variabel penelitian.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif IDI dan Faktor yang Mempengaruhi

Variabel	Minimum	Maksimum	Rata-rata	Standar Deviasi
Y	57,55	85,32	72,12	6,75
X_1	57,25	78,99	68,58	4,17
X_2	48,19	79,82	66,88	6,49
X_3	-1,28	21,24	5,70	3,87
X_4	3,93	28,17	11,85	6,21
X_5	0,28	0,44	0,37	0,04
X_6	2,91	9,25	4,69	1,19

Pada Tabel 4.1 dapat dijelaskan bahwa IDI 2015 dari sebanyak 34 Provinsi di Indonesia mempunyai rentang skor dari minimum 57,55 (Papua) sampai skor

tertinggi yaitu 85,32 (DKI Jakarta) dan mempunyai rata-rata skor IDI 72,12. IDI secara Nasional atau biasa disebut IDI Indonesia 2015 berdasarkan Gambar 4.2 mempunyai skor sebesar 72,82. Dari skor IDI Indonesia ini dapat diketahui bahwa ada sebanyak 18 provinsi yang mempunyai skor IDI Provinsi di bawah skor IDI Indonesia, sedangkan sisanya sebanyak 16 provinsi, sudah mempunyai skor IDI Provinsi di atas skor IDI Indonesia. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap IDI, secara deskriptif pada Tabel 4.1 dan Gambar 4.4 dapat dijelaskan sebagai berikut.



Gambar 4.4 Variabel yang berpengaruh terhadap IDI Tahun 2015

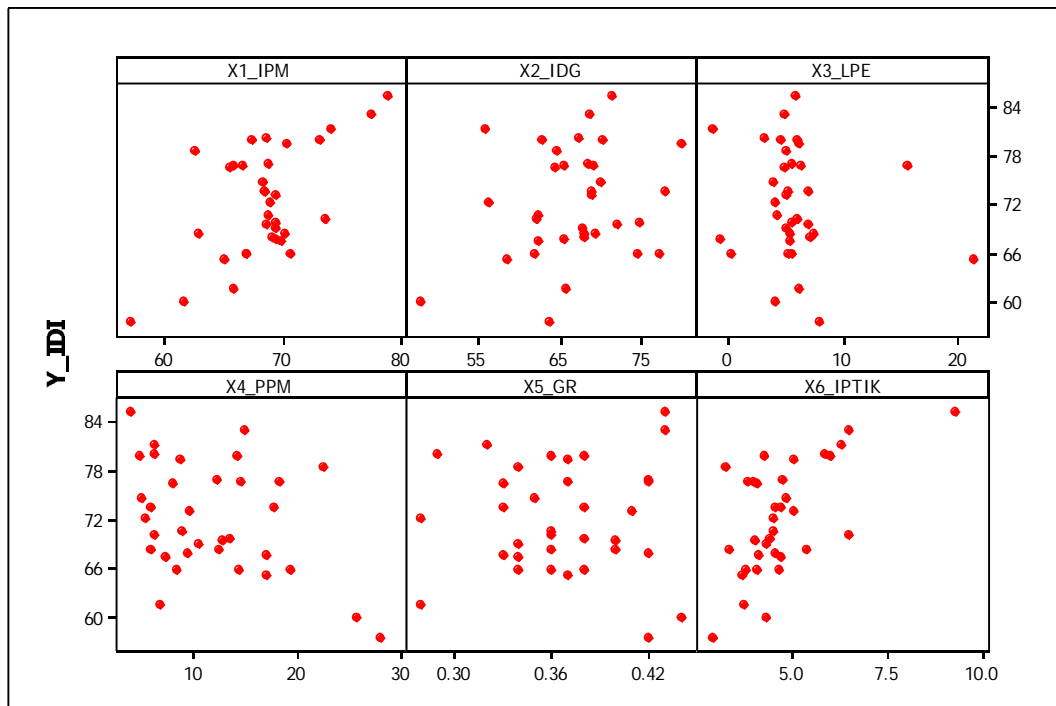
Pada faktor IPM terlihat bahwa pencapaian pembangunan manusia di tingkat provinsi cukup bervariasi. IPM pada level provinsi berkisar antara 57,25 (Papua) hingga 78,99 (DKI Jakarta). Berdasarkan pengelompokan IPM yang terbagi menjadi 4 kelompok, yaitu rendah ($IPM < 60$), sedang ($60 \leq IPM < 70$), tinggi ($70 \leq IPM < 80$), dan sangat tinggi ($IPM \geq 80$), terlihat pada Gambar 4.4, terdapat satu provinsi yang masuk dalam kelompok rendah yaitu Provinsi Papua, 8 provinsi yang berkategori tinggi, yaitu Riau, Kep. Riau, DKI Jakarta, DI Yogyakarta, Banten, Bali, Kalimantan Timur, dan Sulawesi Utara. Provinsi lainnya termasuk dalam kelompok sedang dan tidak ada satupun provinsi yang masuk dalam kategori sangat tinggi. Pada faktor IDG, Ketimpangan IDG provinsi yang

cukup nyata terjadi pada kawasan timur Indonesia. Jarak IDG antarprovinsi tertinggi dan terendah mempunyai rentang 29,68. IDG tertinggi terjadi di Sulawesi Utara dengan nilai sebesar 79,82 sedangkan yang terendah adalah Papua Barat dengan nilai 48,19. Pada Gambar 4.4 terlihat empat provinsi yang mempunyai IDG terendah adalah Nusa Tenggara Barat (58,69), Kep. Bangka Belitung (56,29), Kalimantan Timur (55,96), dan Papua Barat (48,19). Pada faktor LPE provinsi di Indonesia tahun 2015 terdapat dua provinsi yang mengalami perlambatan yaitu Aceh (-0,72) dan Kalimantan Timur (-1,28). Sedangkan LPE yang pesat terjadi di Nusa Tenggara barat (21,24).

Pada faktor PPM antar provinsi di Indonesia, terjadi disparitas yang tinggi. PPM tertinggi terjadi di Papua (28,17%) dan terkecil di DKI Jakarta (3,39%). Terdapat tiga provinsi yang mempunyai PPM di atas 20% yaitu Nusa Tenggara Timur (22,61%), Papua barat (25,82%), dan Papua (28,17). Tiga provinsi yang berkinerja baik dalam menekan PPM hingga di bawah 5% yaitu Kalimantan Selatan (4,99%), Bali (4,74%), dan DKI Jakarta (3,39%). Pada faktor GR, tahun 2015 provinsi yang mampu menekan ketimpangan pendapatan terendah yaitu Kep. Bangka Belitung dan Maluku Utara (0,28) dan ketimpangan terbesar terjadi di Papua Barat (0,44). Rata-rata capaian GR provinsi di Indonesia sebesar 0,37, dan mempunyai variansi yang relatif kecil. Pada faktor terakhir yaitu IPTIK, terlihat pada Gambar 4.4, DKI Jakarta mempunyai tingkat pembangunan teknologi informasi dan komunikasi hampir sempurna yaitu 9,25 dari skala IPTIK dari 0 hingga 10. Hal ini sangat berbeda jauh dengan tingkat pembangunan teknologi informasi dan komunikasi yang terjadi di Papua sebesar 2,91, sehingga secara rata-rata baru mencapai 4,69. Distribusi pembangunan teknologi informasi dan komunikasi dalam hal ini terjadi ketidakmerataan.

4.2.2 Pemodelan IDI dengan Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

Sebelum melakukan pemodelan, maka langkah awal dilakukan *scatterplot* guna menyelidiki pola hubungan antara IDI dengan masing-masing variabel yang diduga mempengaruhinya. *Scatterplot* antara IDI dengan masing-masing variabel yang diduga mempengaruhinya ditunjukkan oleh Gambar 4.5.



Gambar 4.5 *Scatter Plot* Variabel Respon Terhadap Variabel Prediktor

Pada hasil *scatter plot* Gambar 4.5 dapat dilakukan dugaan awal pola hubungan IDI dengan IPM memiliki perilaku yang berbeda pada tiga interval, yaitu interval dibawah 67,05, interval 67,05-73,27 dan interval di atas 73,27. Pada interval dibawah 67,05 terlihat kenaikan IPM berpengaruh pada kenaikan IDI namun bergerak lambat, pada interval antara 67,05 dan 73,27 kenaikan IPM berpengaruh pada kenaikan IDI yang cepat, dan pada interval di atas 73,27 kenaikan IPM berpengaruh pada kenaikan IDI namun dengan pergerakan yang lambat. Untuk hasil *scatter plot* antara IDI dengan IDG, LPE, PPM, GR, dan IPTIK terlihat lebih tidak berpola. Berangkat dari dugaan awal ini, maka penelitian ini menggunakan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan pendekatan *spline truncated* linier dan digunakan uji coba pemilihan titik knot yang terdiri dari satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot. Tahap awal dalam pemodelan menggunakan regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel untuk pendekatan dengan *spline truncated* linier adalah melakukan pemilihan titik knot optimal. Titik knot merupakan Titik perpaduan bersama dari potongan-potongan

fungsi yang menunjukkan terjadinya perubahan pola perilaku fungsi spline pada selang yang berbeda (Hardle, 1990). Pemilihan titik knot optimal dilakukan untuk menentukan model terbaik yang terbentuk. Budiantara (2006) menuliskan bahwa salah satu metode yang digunakan untuk memilih titik knot optimal adalah dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Oleh karena itu, model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel yang terbaik untuk studi kasus data IDI dalam pembahasan ini yang dipilih adalah model yang mempunyai nilai GCV paling minimum. Berikut ini dibahas mengenai pemilihan titik knot optimal menggunakan satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot sehingga diperoleh nilai GCV minimum dari perbandingan masing-masing knot tersebut.

4.2.2.1 Pemilihan Titik Knot Optimal dengan Satu Titik Knot

Model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan pendekatan *spline truncated* linier yang digunakan dalam pemilihan satu titik knot optimal pada data IDI 2015 dengan enam variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya yaitu IPM (\mathbf{X}_1), IDG (\mathbf{X}_2), LPE (\mathbf{X}_3), PPM (\mathbf{X}_4), GR (\mathbf{X}_5), dan IPTIK (\mathbf{X}_6). dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{f}(x_{1i}, \dots, x_{6i}) = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_{11}x_{1i} + \hat{\delta}_{12}(x_{1i} - K_{11})_+ + \hat{\delta}_{21}x_{2i} + \hat{\delta}_{22}(x_{2i} - K_{21})_+ + \hat{\delta}_{31}x_{3i} + \hat{\delta}_{32}(x_{3i} - K_{31})_+ + \hat{\delta}_{41}x_{4i} + \hat{\delta}_{42}(x_{4i} - K_{41})_+ + \hat{\delta}_{51}x_{5i} + \hat{\delta}_{52}(x_{5i} - K_{51})_+ + \hat{\delta}_{61}x_{6i} + \hat{\delta}_{62}(x_{6i} - K_{61})_+$$

Tabel 4.2 Nilai GCV untuk *Spline Truncated* Linier Satu Titik Knot

Knot pada Variabel						Nilai GCV
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
75.00	74.01	17.10	23.72	0.41	8.09	44.34
75.44	74.66	17.56	24.21	0.41	8.21	42.11
58.14	49.48	-0.36	4.92	0.29	3.17	42.04
75.88	75.30	18.02	24.71	0.42	8.34	38.23
57.69	48.84	-0.82	4.42	0.28	3.04	36.78
76.33	75.95	18.48	25.20	0.42	8.47	34.70
77.66	77.88	19.86	26.69	0.43	8.86	34.50
78.10	78.53	20.32	27.18	0.43	8.99	34.50
76.77	76.59	18.94	25.70	0.42	8.60	33.52
77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	32.52

Nilai GCV yang dihasilkan oleh regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan satu titik knot terdapat dalam Lampiran 2. Untuk 10 (sepuluh) nilai GCV terkecil dari hasil regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan satu titik knot dapat disajikan seperti pada Tabel 4.2. Berdasarkan Tabel 4.2 didapatkan nilai GCV minimum dari model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan satu titik knot (1,1,1,1,1) adalah 32,52.

4.2.2.2 Pemilihan Titik Knot Optimal dengan Dua Titik Knot

Untuk pemilihan dua titik knot optimal diperoleh nilai GCV untuk *spline truncated* linier dua titik knot seperti termuat dalam Lampiran 3. Adapun untuk 9 (sembilan) nilai GCV terkecil dari hasil regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan dua titik knot dapat disajikan seperti pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Nilai GCV untuk *Spline Truncated* Linier Dua Titik Knot

Knot pada Variabel						Nilai
X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	GCV
76.33	75.95	18.48	25.20	0.42	8.47	34.83
68,79	68,80	68,81	68,82	68,83	68,84	
57.69	48.84	-0.82	4.42	0.28	3.04	34.62
76.77	76.59	18.94	25.70	0.42	8.60	
77.66	77.88	19.86	26.69	0.43	8.86	34.50
78.55	79.17	20.78	27.68	0.44	9.12	
77.66	77.88	19.86	26.69	0.43	8.86	34.50
78.10	78.53	20.32	27.18	0.43	8.99	
78.10	78.53	20.32	27.18	0.43	8.99	34.50
78.55	79.17	20.78	27.68	0.44	9.12	
77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	34.39
77.66	77.88	19.86	26.69	0.43	8.86	
77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	34.39
78.55	79.17	20.78	27.68	0.44	9.12	
77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	34.39
78.10	78.53	20.32	27.18	0.43	8.99	
57.69	48.84	-0.82	4.42	0.28	3.04	33.32
77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	

Model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan pendekatan *spline truncated* linier pada data IDI dengan enam variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{f}(x_{1i}, \dots, x_{6i}) = & \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_{11}x_{1i} + \hat{\delta}_{12}(x_{1i} - K_{11})_+ + \hat{\delta}_{13}(x_{1i} - K_{12})_+ + \hat{\delta}_{21}x_{2i} + \hat{\delta}_{22}(x_{2i} - K_{21})_+ + \\ & + \hat{\delta}_{23}(x_{2i} - K_{22})_+ + \hat{\delta}_{31}x_{3i} + \hat{\delta}_{32}(x_{3i} - K_{31})_+ + \hat{\delta}_{33}(x_{3i} - K_{32})_+ + \hat{\delta}_{41}x_{4i} + \\ & + \hat{\delta}_{42}(x_{4i} - K_{41})_+ + \hat{\delta}_{43}(x_{4i} - K_{42})_+ + \hat{\delta}_{51}x_{5i} + \hat{\delta}_{52}(x_{5i} - K_{51})_+ + \hat{\delta}_{53}(x_{5i} - K_{52})_+ + \\ & + \hat{\delta}_{61}x_{6i} + \hat{\delta}_{62}(x_{6i} - K_{61})_+ + \hat{\delta}_{63}(x_{6i} - K_{62})_+\end{aligned}$$

Berdasarkan Tabel 4.3 didapatkan nilai GCV minimum dari model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan dua titik knot (2,2,2,2,2,2) adalah 33,32.

4.2.2.3 Pemilihan Titik Knot Optimal dengan Tiga Titik Knot

Untuk tahap selanjutnya, model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan pendekatan *spline truncated* linier yang digunakan dalam pemilihan tiga titik knot optimal pada data IDI dengan enam variabel prediktor yang diduga mempengaruhinya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\hat{f}(x_{1i}, \dots, x_{6i}) = & \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_{11}x_{1i} + \hat{\delta}_{12}(x_{1i} - K_{11})_+ + \hat{\delta}_{13}(x_{1i} - K_{12})_+ + \hat{\delta}_{14}(x_{1i} - K_{13})_+ + \hat{\delta}_{21}x_{2i} + \\ & + \hat{\delta}_{22}(x_{2i} - K_{21})_+ + \hat{\delta}_{23}(x_{2i} - K_{22})_+ + \hat{\delta}_{24}(x_{2i} - K_{23})_+ + \hat{\delta}_{31}x_{3i} + \hat{\delta}_{32}(x_{3i} - K_{31})_+ + \\ & + \hat{\delta}_{33}(x_{3i} - K_{32})_+ + \hat{\delta}_{34}(x_{3i} - K_{33})_+ + \hat{\delta}_{41}x_{4i} + \hat{\delta}_{42}(x_{4i} - K_{41})_+ + \hat{\delta}_{43}(x_{4i} - K_{42})_+ + \\ & + \hat{\delta}_{44}(x_{4i} - K_{43})_+ + \hat{\delta}_{51}x_{5i} + \hat{\delta}_{52}(x_{5i} - K_{51})_+ + \hat{\delta}_{53}(x_{5i} - K_{52})_+ + \hat{\delta}_{54}(x_{5i} - K_{53})_+ + \\ & + \hat{\delta}_{61}x_{6i} + \hat{\delta}_{62}(x_{6i} - K_{61})_+ + \hat{\delta}_{63}(x_{6i} - K_{62})_+ + \hat{\delta}_{64}(x_{6i} - K_{63})_+\end{aligned}$$

Nilai GCV yang dihasilkan oleh regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan tiga titik knot terdapat dalam Lampiran 4. Untuk 10 (sepuluh) nilai GCV terkecil dari hasil regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan tiga titik knot dapat disajikan seperti pada Tabel 4.4. Terlihat bahwa berdasarkan Tabel 4.4 didapatkan nilai GCV minimum dari model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline*

truncated multivariabel pada data IDI dengan tiga titik knot (3,3,3,3,3) adalah 18,71. Nilai GCV yang dihasilkan pada tiga titik knot sementara lebih kecil jika dibandingkan dengan nilai GCV baik dari pemilihan satu titik knot maupun pemilihan tiga titik knot.

Tabel 4.4 Nilai GCV untuk *Spline Truncated Linier Tiga Titik Knot*

Knot pada Variabel						Nilai GCV
X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
59.02	50.77	0.56	5.91	0.29	3.43	22.75
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.00	68.20	12.97	19.27	0.38	6.92	
59.47	51.42	1.02	6.40	0.30	3.56	22.60
59.91	52.06	1.48	6.90	0.30	3.69	
70.12	66.91	12.05	18.28	0.37	6.66	
60.36	52.71	1.94	7.39	0.30	3.82	21.36
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.89	69.49	13.89	20.25	0.39	7.18	
59.02	50.77	0.56	5.91	0.29	3.43	20.84
60.36	52.71	1.94	7.39	0.30	3.82	
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
60.80	53.35	2.40	7.89	0.31	3.95	20.23
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
72.33	70.14	14.35	20.75	0.39	7.31	
60.36	52.71	1.94	7.39	0.30	3.82	20.18
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.45	68.85	13.43	19.76	0.38	7.05	
59.47	51.42	1.02	6.40	0.30	3.56	19.88
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.45	68.85	13.43	19.76	0.38	7.05	
60.80	53.35	2.40	7.89	0.31	3.95	19.64
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.45	68.85	13.43	19.76	0.38	7.05	
59.02	50.77	0.56	5.91	0.29	3.43	18.98
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.45	68.85	13.43	19.76	0.38	7.05	
60.80	53.35	2.40	7.89	0.31	3.95	18.71
69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	
71.89	69.49	13.89	20.25	0.39	7.18	

4.2.2.4 Pemilihan Titik Knot Optimal dengan Kombinasi Titik Knot

Pemilihan titik knot optimal selanjutnya merupakan kombinasi yang mungkin terjadi dari 6 variabel prediktor dengan satu, atau dua, atau tiga titik knot. Nilai GCV yang dihasilkan oleh regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan kombinasi titik knot terdapat dalam Lampiran 5. Untuk 10 (sepuluh) nilai GCV terkecil dari hasil regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan kombinasi titik knot dapat disajikan seperti pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Nilai GCV untuk *Spline Truncated* Linier Kombinasi Titik Knot

Kombinasi Knot	Banyak Knot pada Variabel						GCV
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
(3,1,1,1,1,3)	3	1	1	1	1	3	29.01
(3,1,1,2,1,3)	3	1	1	2	1	3	29.01
(3,1,1,2,2,3)	3	1	1	2	2	3	28.55
(3,1,1,1,2,3)	3	1	1	1	2	3	28.55
(3,3,2,3,2,3)	3	3	2	3	2	3	26.28
(3,3,2,3,1,3)	3	3	2	3	1	3	25.41
(3,3,1,3,2,3)	3	3	1	3	2	3	25.34
(3,3,1,3,3,3)	3	3	1	3	3	3	24.99
(3,3,1,3,1,3)	3	3	1	3	1	3	24.99
(3,3,2,3,3,3)	3	3	2	3	3	3	23.45

Berdasarkan Tabel 4.5 didapatkan nilai GCV minimum dari model atau estimasi titik kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI dengan kombinasi titik knot (3,3,2,3,3,3) sebesar 23,45.

4.2.2.5 Pemodelan dengan Titik Knot Optimal

Dari hasil perhitungan titik knot optimum, yaitu berdasarkan nilai GCV minimum dengan menggunakan satu, dua, tiga, dan kombinasi titik knot yang telah ditunjukkan pada Tabel 4.2, Tabel 4.3, Tabel 4.4, dan Tabel 4.5, selanjutnya dilakukan pemilihan model terbaik dengan membandingkan nilai GCV minimum dari masing- masing knot yang ditunjukkan pada tabel 4.6.

Tabel 4.6 Perbandingan Nilai GCV Minimum

Banyak Titik Knot	Nilai GCV Minimum
1	32,52
2	33,32
3	18,71
Kombinasi Titik Knot (3,3,2,3,3,3)	23,45

Berdasarkan Tabel 4.6 didapatkan nilai GCV minimum adalah 18,17, yaitu pada banyak titik knot pada tiap variabel adalah tiga titik knot. Untuk selanjutnya, hasil ini akan digunakan dalam pemodelan data IDI. Dalam pemodelan data IDI dengan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dengan pendekatan *spline truncated* linier, diperoleh hasil estimasi parameter model yang terbentuk seperti pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Estimasi Parameter Model IDI 2015

Variabel	Para meter	Estimasi Parameter		Variabel	Para meter	Estimasi Parameter	
-	δ_0	$\hat{\delta}_0$	-3.210,24				
X_1	δ_{11}	$\hat{\delta}_{11}$	29,62	X_4	δ_{41}	$\hat{\delta}_{41}$	-0,49
	δ_{12}	$\hat{\delta}_{12}$	-34,05		δ_{42}	$\hat{\delta}_{42}$	2,21
	δ_{13}	$\hat{\delta}_{13}$	6,02		δ_{43}	$\hat{\delta}_{43}$	-12,21
	δ_{14}	$\hat{\delta}_{14}$	-3,94		δ_{44}	$\hat{\delta}_{44}$	26,44
X_2	δ_{21}	$\hat{\delta}_{21}$	24,67	X_5	δ_{51}	$\hat{\delta}_{51}$	56,10
	δ_{22}	$\hat{\delta}_{22}$	-25,61		δ_{52}	$\hat{\delta}_{52}$	-51,19
	δ_{23}	$\hat{\delta}_{23}$	1,57		δ_{53}	$\hat{\delta}_{53}$	-531,03
	δ_{24}	$\hat{\delta}_{24}$	-0,26		δ_{54}	$\hat{\delta}_{54}$	876,17
X_3	δ_{31}	$\hat{\delta}_{31}$	2,37	X_6	δ_{61}	$\hat{\delta}_{61}$	45,32
	δ_{32}	$\hat{\delta}_{32}$	-2,03		δ_{62}	$\hat{\delta}_{62}$	-34,54
	δ_{33}	$\hat{\delta}_{33}$	-0,27		δ_{63}	$\hat{\delta}_{63}$	-216,21
	δ_{34}	$\hat{\delta}_{34}$	-2,94		δ_{64}	$\hat{\delta}_{64}$	284,49

Berdasarkan nilai knot optimum yaitu nilai GCV paling minimum yang diperoleh dari dari Tabel 4.6, dengan nilai-nilai titik knot tercantum dalam Tabel 4.4 serta

estimasi parameter model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI tercantum dalam Tabel 4.7 maka dapat dituliskan model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel untuk data IDI 2015 seperti pada persamaan (4.57).

$$\begin{aligned} \hat{f}(x_{1i}, \dots, x_{6i}) = & -3.210,24 + 29,62x_{1i} - 34,05(x_{1i} - 60,80)_+ + 6,02(x_{1i} - 69,23)_+ + \\ & -3,94(x_{1i} - 71,89)_+ + 24,67x_{2i} - 25,61(x_{2i} - 53,35)_+ + 1,57(x_{2i} - 65,62)_+ + \\ & -0,26(x_{2i} - 69,49)_+ + 2,37x_{3i} - 2,03(x_{3i} - 2,40)_+ - 0,27(x_{3i} - 11,13)_+ + \\ & -2,94(x_{3i} - 13,89)_+ - 0,49x_{4i} + 2,21(x_{4i} - 7,89)_+ - 12,21(x_{4i} - 17,29)_+ + \\ & + 26,44(x_{4i} - 20,25)_+ + 56,10x_{5i} - 51,19(x_{5i} - 0,31)_+ - 531,03(x_{5i} - 0,37)_+ + \\ & + 876,17(x_{5i} - 0,39)_+ + 45,32x_{6i} - 34,54(x_{6i} - 3,95)_+ - 216,21(x_{6i} - 6,40)_+ + \\ & + 284,49(x_{6i} - 7,18)_+ \end{aligned} \quad (4.57)$$

Model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel data IDI 2015 dengan kombinasi titik knot (3, 3, 3, 3, 3, 3) tersebut memiliki koefisien determinasi (R^2) sebesar 97,04%. Nilai R^2 sebesar 97,04% dapat diartikan bahwa model untuk data IDI yang mengandung 6 variabel prediktor, yaitu indeks pembangunan manusia, indeks pemberdayaan gender, laju pertumbuhan ekonomi, persentase penduduk miskin, koefisien gini, dan indeks pembangunan teknologi informasi dan komunikasi dapat menjelaskan variabel respon, yaitu IDI 2015 sebesar 97,04%.

4.2.2.6 Pemeriksaan Asumsi Residual

Dalam analisis regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, asumsi residual dari hasil regresinya harus memenuhi asumsi independen, identik, dan berdistribusi normal. Jika tidak dipenuhi asumsi independen, identik, dan berdistribusi normal maka inferensia statistik terkait dalam hal mendapatkan estimasi parameter model, mendapatkan estimasi titik dan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel menjadi tidak valid. Pemeriksaan asumsi residual independen, identik, dan berdistribusi normal pada regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel untuk studi kasus data IDI 2015 telah dilakukan dan terpenuhi sebagaimana terlihat pada output program pada Lampiran 14, yaitu meliputi asumsi residual independen dengan uji Durbin-Watson, asumsi residual identik dengan uji Glejser, dan asumsi residual berdistribusi normal dengan uji Kolmogorov-Smirnov.

4.2.2.7 Estimasi Interval untuk Kurva Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel

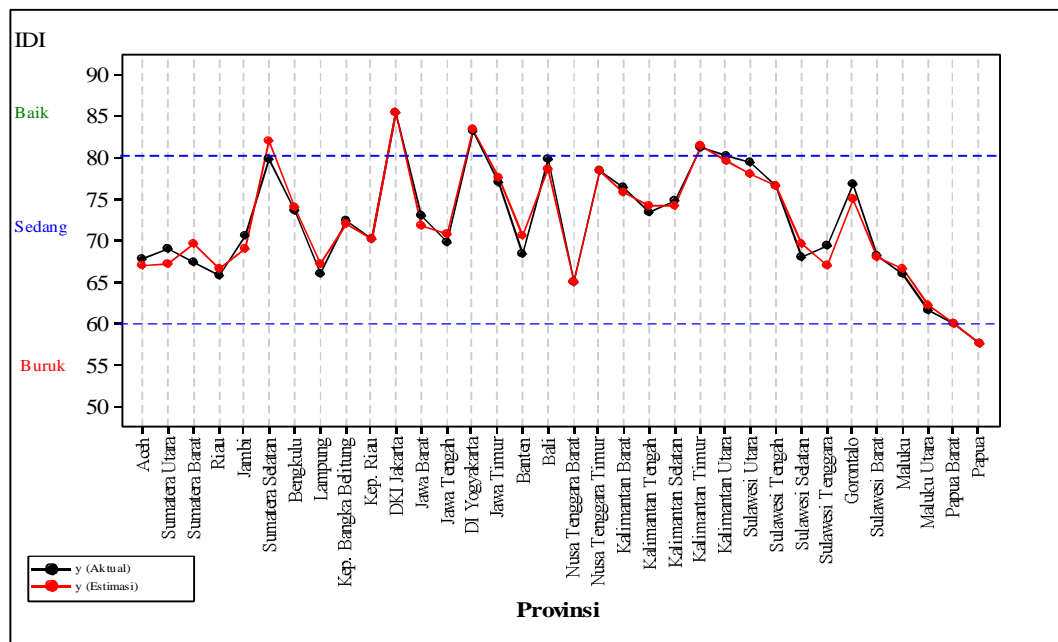
Tabel 4.8 Estimasi Interval Model IDI 2015 dengan Tingkat Kepercayaan 95%

Obs.	Provinsi	Kurva Aktual	Estimasi Titik Kurva	Estimasi Interval Kurva	
				Batas Bawah	Batas Atas
1	Aceh	67,78	67,03	62,32	71,74
2	Sumatera Utara	69,01	67,18	63,30	71,05
3	Sumatera Barat	67,46	69,67	66,28	73,07
4	Riau	65,83	66,57	62,14	70,99
5	Jambi	70,68	69,00	64,95	73,06
6	Sumatera Selatan	79,81	82,05	78,08	86,01
7	Bengkulu	73,60	73,97	70,27	77,67
8	Lampung	65,95	67,19	63,24	71,14
9	Kep. Bangka Belitung	72,31	71,92	67,31	76,54
10	Kep. Riau	70,26	70,11	65,09	75,13
11	DKI Jakarta	85,32	85,32	80,29	90,35
12	Jawa Barat	73,04	71,78	68,91	74,66
13	Jawa Tengah	69,75	70,79	67,90	73,67
14	DI Yogyakarta	83,19	83,47	78,49	88,45
15	Jawa Timur	76,90	77,54	74,50	80,59
16	Banten	68,46	70,53	67,41	73,65
17	Bali	79,83	78,55	74,03	83,07
18	Nusa Tenggara Barat	65,08	65,08	60,05	70,11
19	Nusa Tenggara Timur	78,47	78,47	73,44	83,50
20	Kalimantan Barat	76,40	75,86	71,26	80,45
21	Kalimantan Tengah	73,46	74,10	69,92	78,28
22	Kalimantan Selatan	74,76	74,21	69,90	78,52
23	Kalimantan Timur	81,24	81,44	76,64	86,25
24	Kalimantan Utara	80,16	79,61	75,15	84,08
25	Sulawesi Utara	79,40	77,92	73,76	82,07
26	Sulawesi Tengah	76,67	76,67	71,64	81,70
27	Sulawesi Selatan	67,90	69,63	65,86	73,40
28	Sulawesi Tenggara	69,44	67,03	63,60	70,46
29	Gorontalo	76,77	75,03	71,10	78,96
30	Sulawesi Barat	68,25	68,03	63,23	72,83
31	Maluku	65,90	66,61	61,90	71,32
32	Maluku Utara	61,52	62,24	57,72	66,77
33	Papua Barat	59,97	59,97	54,94	65,00
34	Papua	57,55	57,55	52,52	62,58

Hasil terakhir yang didapatkan pada persamaan (4.57), yaitu estimasi titik kurva atau model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel yang terbaik untuk IDI 2015. Tentunya estimasi titik model IDI 2015 yang dihasilkan tidak menjamin kebenaran mutlak 100% bahwa skor IDI 2015 dapat diestimasi dengan tepat dengan model tersebut, bahkan model yang dihasilkan dapat berpeluang memiliki kesalahan yang besar dalam mengestimasi skor IDI 2015. Untuk memberikan jaminan kebenaran dalam membuat estimasi skor IDI 2015 dengan suatu probabilitas tertentu, dalam pembahasan ini dengan menetapkan tingkat kesalahan sebesar 5% atau dengan kata lain dengan tingkat kepercayaan 95%, maka dapat dikonstruksikan estimasi interval model atau kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel untuk data IDI 2015, sehingga model atau kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel data IDI 2015 akan berada pada interval dengan batas bawah dan batas atas seperti pada Tabel 4.8.

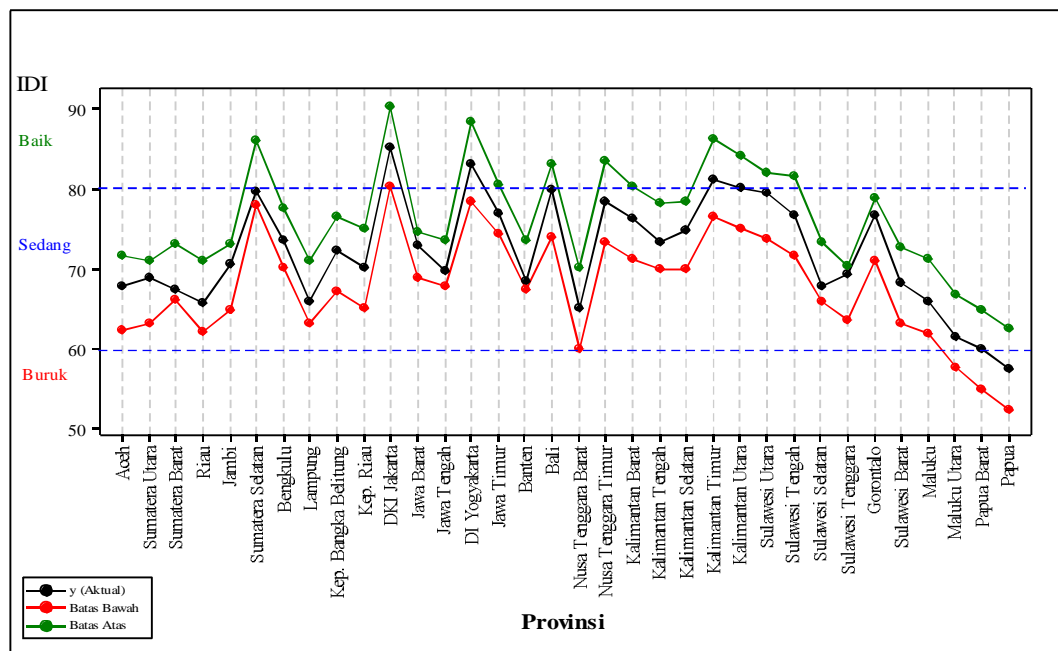
4.2.3 Interpretasi Estimasi Titik dan Estimasi Interval Terpendek untuk Model Data IDI

Sebagai analisis akhir dari hasil pembahasan ini adalah interpretasi dari estimasi titik dan estimasi interval terpendek dari hasil pemodelan regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI 2015. Hasil estimasi titik dan estimasi interval model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI 2015 terlihat pada Tabel 4.8. Dari Tabel 4.8 dan Gambar 4.6, didapatkan informasi bahwa model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel pada data IDI 2015, dari 34 data aktual IDI Provinsi, skor IDI Provinsi dapat diestimasi dengan tepat pada sebanyak 6 (enam) IDI Provinsi (17,65%), yaitu IDI Provinsi DKI Jakarta, Nusa Tenggara Barat, Nusa Tenggara Timur, Sulawesi Tengah, Papua Barat, dan Papua. Sedangkan sebanyak 28 data aktual IDI Provinsi lainnya, estimasi skor IDI Provinsi yang dihasilkan tidak tepat.



Gambar 4.6 *Fitting IDI dan Estimasi Titik Model IDI 2015*

Namun demikian dengan estimasi interval dengan tingkat kepercayaan 95% dapat diperoleh hasil bahwa skor IDI 2015 akan berada atau termuat pada selang antara batas bawah dan batas atas model sebagaimana terlihat pada Tabel 4.8 dan Gambar 4.7.



Gambar 4.7 *Fitting IDI dan Estimasi Interval Model IDI 2015*

Dalam analisis akhir model regresi nonparametrik *spline truncated*, selain dapat difungsikan untuk prediksi juga dapat difungsikan untuk interpretasi pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Dalam memprediksi skor IDI, model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel akan baik dalam fungsi untuk memprediksi jika data berada dalam *range* dari minimum data sampel sampai dengan maksimum data sampel. Jika prediksi diterapkan untuk data yang berada di luar *range* tersebut, ketepatan cenderung tidak baik karena disebabkan nilai MSE membesar. Demikian juga halnya dalam hal estimasi interval model. Jika diambil data pada rentang minimum data sampel dan maksimum data sampel dapat dihasilkan estimasi interval yang terpendek, namun jika diambil data di luar *range* data sampel mengakibatkan nilai MSE membesar dan nilai estimasi interval model menjadi lebih lebar.

Untuk melakukan prediksi, misalkan skor IDI Provinsi yang tertinggi di Indonesia, yaitu Provinsi DKI Jakarta dari data sampel IPM (X_1) sebesar 78,99, IDG (X_2) sebesar 71,41, LPE (X_3) sebesar 5,88, PPM (X_4) sebesar 3,93, GR (X_5) 0,43 sebesar, dan IPTIK (X_6) sebesar 9,25 jika dimasukkan ke dalam model pada persamaan (4.57) dengan memperhatikan definisi fungsi *truncated* pada persamaan (4.3), maka akan diperoleh estimasi titik untuk skor IDI sebesar 85,32 yang nilainya sama dengan data aktual untuk skor IDI 2015 dan diperoleh hasil estimasi interval dengan batas bawah sebesar 80,29 dan batas atas sebesar 90,35.

Selain dapat digunakan dalam rangka prediksi seperti telah didiskusikan sebelumnya, model regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel dapat juga digunakan sebagai interpretasi pengaruh dari variabel prediktor terhadap variabel respon. Contoh dalam interpretasi model tersebut dapat diberikan sebagai berikut. Jika diasumsikan variabel IPM (X_1), IDG (X_2), LPE (X_3), PPM (X_4), dan GR (X_5) konstan, maka pengaruh IPTIK (X_6) terhadap IDI (Y) dapat ditunjukkan oleh fungsi sebagai berikut :

$$\hat{f}(x_1, \dots, x_6) = 45,32x_6 - 34,54(x_6 - 3,95)_+ - 216,21(x_6 - 6,40)_+ + 284,49(x_6 - 7,18)_+. \quad (4.58)$$

Fungsi *truncated* pada persamaan (4.58) mengandung tiga titik knot, yaitu 3,95; 6,40 dan 7,18 yang berarti pengaruh IPTIK (X_6) terhadap IDI (Y) mempunyai

perbedaan pada empat interval yang berbeda. Interval yang terbentuk dapat dituliskan dalam fungsi sebagai berikut :

$$\hat{f}(x_{6i}) = \begin{cases} 45,32x_{6i} & , 0 \leq x_{6i} < 3,95 \\ 10,78x_{6i} + 136,43 & , 3,95 \leq x_{6i} < 6,40 \\ -205,43x_{6i} + 1.520,17 & , 6,40 \leq x_{6i} < 7,18 \\ 79,06x_{6i} - 522,47 & , 7,18 \leq x_{6i} \leq 10 \end{cases} \quad (4.59)$$

Dari model tersebut dapat diinterpretasikan yaitu jika daerah yang memiliki skor IPTIK kurang dari 3,95 maka kenaikan skor IPTIK berpengaruh sangat besar terhadap kenaikan skor IDI. Hal ini ditunjukkan oleh gradien/ koefisien dari x_{6i} bernilai positif dan besar (45,32) pada interval skor IPTIK kurang dari 3,95. Adapun provinsi yang mempunyai perilaku tersebut adalah Lampung, Nusa Tenggara Barat, Nusa Tenggara Timur, Gorontalo, Sulawesi Barat, Maluku Utara, dan Papua. Perilaku ini dimungkinkan untuk mengejar ketertinggalan skor IPTIK daerah-daerah tersebut yang disadari berakibat juga pada kenaikan capaian kinerja demokrasi. Untuk daerah yang memiliki skor IPTIK antara 3,95 dan 6,40, kenaikan skor IPTIK masih berpengaruh cukup besar terhadap kenaikan skor IDI namun kenaikan skor IDI pada interval ini tidak setinggi jika dibandingkan pada interval IPTIK yang kurang dari 3,95. Hal ini ditunjukkan oleh gradien/ koefisien dari x_{6i} bernilai positif dan cukup besar (10,78) pada interval skor IPTIK antara 3,95 dan 6,40. Adapun provinsi yang mempunyai perilaku tersebut adalah Aceh, Sumatera Utara, Sumatera Barat, Riau, Jambi, Sumatera Selatan, Bengkulu, Kepulauan Bangka Belitung, Jawa Barat, Jawa Tengah, Jawa Timur, Banten, Bali, Kalimantan Barat, Kalimantan Tengah, Kalimantan Selatan, Kalimantan Timur, Kalimantan Utara, Sulawesi Utara, Sulawesi Tengah, Sulawesi Selatan, Sulawesi Tenggara, Maluku dan Papua Barat. Perilaku ini terjadi pada mayoritas provinsi di Indonesia yaitu kenaikan skor IPTIK yang bertahap pada interval 3,95 dan 6,40 berakibat juga kenaikan capaian kinerja demokrasi secara bertahap juga. Kenaikan skor IDI mengalami antiklimaks pada saat skor IPTIK berada pada interval 6,40 dan 7,18. Hal ini ditunjukkan oleh gradien/ koefisien dari x_{6i} bernilai negatif. Pada interval ini, kenaikan skor IPTIK berakibat pada penurunan skor IDI. Dalam hal ini dimungkinkan dengan skor IPTIK yang cukup tinggi namun

pemanfaatannya yang tidak mendukung terhadap potret kinerja demokrasi yang ada di daerah. Adapun provinsi yang mempunyai perilaku tersebut adalah Kepulauan Riau dan DI Yogyakarta. Skor IDI mengalami kenaikan yang tajam seiring kenaikan skor IPTIK pada interval lebih dari 7,18 jika dibandingkan dengan dua interval yang paling awal. Hal ini ditunjukkan oleh gradien/ koefisien dari x_{6i} bernilai positif dan cukup besar (79,06). Dalam hal ini dimungkinkan dengan skor IPTIK yang cukup tinggi namun pemanfaatannya selaras dengan kinerja demokrasi yang ada di daerah. Ada satu provinsi yang mempunyai perilaku tersebut yaitu DKI Jakarta.

Untuk interpretasi pengaruh dari lima variabel prediktor lainnya yaitu IPM (X_1), IDG (X_2), LPE (X_3), PPM (X_4), dan GR (X_5) terhadap variabel respon yaitu IDI (Y) dapat dilakukan secara analog seperti pada interpretasi pengaruh IPTIK terhadap IDI sebagaimana telah didiskusikan di atas. Namun demikian tidak menutup kemungkinan bahwa dalam melakukan interpretasi pengaruh variabel prediktor tertentu terhadap variabel respon pada sub-sub interval tertentu pula terdapat adanya kesan janggal yang tidak selaras dengan logika secara umum. Untuk kasus yang demikian maka diperlukan pengetahuan secara komprehensif terhadap masing-masing variabel penelitian serta karakteristik khusus yang terjadi di daerah-daerah tertentu.

Dari hasil estimasi interval, jika diasumsikan bahwa batas bawah interval skor IDI merupakan estimasi pesimistis skor IDI dan batas atas interval skor IDI merupakan estimasi optimistis skor IDI maka provinsi-provinsi yang mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dari hasil estimasi interval, perlu dan penting untuk menjadi perhatian dan kewaspadaan. Degradasi dalam hal ini diartikan bahwa skor IDI hasil estimasi interval menghasilkan estimasi pesimistis skor IDI yang mempunyai capaian kinerja dengan kategori yang lebih buruk dari skor IDI aktual. Provinsi yang harus mewaspadaikan dan memberi perhatian khusus karena mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dalam sudut pandang estimasi pesimistis skor IDI dari kategori tinggi ke kategori sedang antara lain DI Yogyakarta, Kalimantan Timur, dan Kalimantan Utara. Pada probabilitas terjadinya degradasi capaian kinerja demokrasi pada level yang lebih rendah,

Provinsi Maluku Utara harus juga mewaspadaikan dan memberi perhatian khusus karena mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dalam sudut pandang estimasi pesimistis skor IDI dari kategori sedang ke kategori buruk. Adapun provinsi yang tidak mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi, namun provinsi tersebut seharusnya memberi perhatian lebih karena masih berkuat pada capaian kinerja demokrasi buruk baik dari sudut pandang skor IDI aktual, skor IDI hasil estimasi titik, maupun skor IDI dari sudut pandang estimasi pesimistis yang dihasilkan dari estimasi interval adalah Provinsi Papua Barat dan Provinsi Papua.

Dalam sudut pandang estimasi optimistis hasil dari estimasi interval skor IDI, terdapat provinsi-provinsi yang secara probabilitas dapat mengalami transisi dari capaian kinerja demokrasi berkategori sedang ke capaian kinerja demokrasi berkategori tinggi. Provinsi yang dimungkinkan mengalami transisi capaian kinerja demokrasi tersebut Sumatera Selatan, Jawa Timur, Bali, Nusa Tenggara Timur, Kalimantan Barat, Sulawesi Utara, dan Sulawesi Tengah. Hal ini dapat menjadi pemicu provinsi-provinsi terkait untuk dapat secara realistis dan aktual menaikkan level kategori capaian kinerja demokrasi. Harapan untuk menaikkan level capaian kinerja demokrasi dari sudut pandang estimasi optimistis pada level dibawahnya yaitu dari skor IDI dengan kategori buruk ke kategori sedang adalah pada Provinsi Papua Barat dan Provinsi Papua. Khusus untuk Provinsi DKI Jakarta, dari hasil estimasi interval tidak dihasilkan perubahan kategori kinerja demokrasi atau dari hasil estimasi interval tetap dihasilkan DKI Jakarta sebagai provinsi dengan kinerja demokrasi yang tinggi yang terlihat dari batas atas dan batas bawah interval mempunyai nilai di atas 80,00. Demikian pula terdapat 20 provinsi dengan kinerja demokrasi sedang, dari hasil estimasi yang diperoleh tetap dalam kategori kinerja demokrasi sedang. Kedua puluh provinsi tersebut adalah Aceh, Sumatera Utara, Sumatera Barat, Riau, Jambi, Bengkulu, Lampung, Kepulauan Bangka Belitung, Kepulauan Riau, Jawa barat, Jawa Tengah, Banten, Nusa Tenggara Barat, Kalimantan Tengah, Kalimantan Selatan, Sulawesi Selatan, Sulawesi Tenggara, Gorontalo, Sulawesi Barat, dan Maluku. Analisis estimasi skor IDI yang dikaitkan dengan kriteria IDI dapat disajikan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Kriteria IDI Hasil Estimasi Titik dan Interval Model IDI 2015

Obs.	Provinsi	IDI Aktual	Kriteria IDI Hasil Estimasi	Kriteria IDI Hasil Estimasi Interval	
				Batas Bawah	Batas Atas
1	Aceh	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
2	Sumatera Utara	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
3	Sumatera Barat	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
4	Riau	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
5	Jambi	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
6	Sumatera Selatan	<i>Sedang</i>	Tinggi	Sedang	<i>Tinggi</i>
7	Bengkulu	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
8	Lampung	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
9	Kep. Bangka Belitung	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
10	Kep. Riau	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
11	DKI Jakarta	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Tinggi
12	Jawa Barat	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
13	Jawa Tengah	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
14	DI Yogyakarta	Tinggi	Tinggi	Sedang	Tinggi
15	Jawa Timur	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
16	Banten	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
17	Bali	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
18	Nusa Tenggara Barat	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
19	Nusa Tenggara Timur	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
20	Kalimantan Barat	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
21	Kalimantan Tengah	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
22	Kalimantan Selatan	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
23	Kalimantan Timur	Tinggi	Tinggi	Sedang	Tinggi
24	Kalimantan Utara	Tinggi	Sedang	Sedang	Tinggi
25	Sulawesi Utara	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
26	Sulawesi Tengah	<i>Sedang</i>	Sedang	Sedang	<i>Tinggi</i>
27	Sulawesi Selatan	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
28	Sulawesi Tenggara	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
29	Gorontalo	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
30	Sulawesi Barat	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
31	Maluku	Sedang	Sedang	Sedang	Sedang
32	Maluku Utara	Sedang	Sedang	Buruk	Sedang
33	Papua Barat	Buruk	Buruk	Buruk	Sedang
34	Papua	Buruk	Buruk	Buruk	Sedang

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel
 - a. Asumsi variansi populasi σ^2 tidak diketahui, didapatkan *pivotal quantity* untuk kurva $f_i(\underline{x})$ adalah

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{\hat{f}_i(\underline{x}) - f_i(\underline{x})}{\sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

- b. Distribusi dari *pivotal quantity* yang diperoleh mengikuti distribusi *t-student* dengan derajat bebas $n - (1 + p + pr)$ atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$$T_i(\underline{x}, \underline{y}) \sim t_{(n - (1 + p + pr))}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

- c. Estimasi interval terpendek kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel, $f_i(\underline{x})$ berukuran $(1 - \alpha)$, dengan $0 < \alpha < 1$ didapatkan hasil sebagai berikut :

$$P \left[\hat{f}_i(\underline{x}) - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr))\right)} \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \leq f_i(\underline{x}) \leq \hat{f}_i(\underline{x}) + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, (n - (1 + p + pr))\right)} \sqrt{\frac{\underline{y}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{K}))\underline{y}}{n - (1 + p + pr)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{K})_{ii}} \right] = 1 - \alpha, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

2. Studi kasus pada data IDI Tahun 2015 mendapatkan hasil sebagai berikut :
 - a. Model IDI 2015 terbaik yang diperoleh adalah dengan menggunakan tiga titik knot pada masing-masing variabel prediktor dan dihasilkan koefisien determinasi (R^2) dari model IDI 2015 sebesar 97,04%, sehingga model tersebut sudah layak untuk digunakan.
 - b. Estimasi interval model IDI 95% yang diperoleh menunjukkan probabilitas sebesar 95% bahwa model IDI 2015 akan termuat pada interval dengan batas bawah (estimasi pesimistis) dan batas atas (estimasi optimistis) tertentu.
 - c. Provinsi DI Yogyakarta, Kalimantan Timur, dan Kalimantan Utara terindikasi mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dari kategori tinggi ke sedang dalam sudut pandang estimasi pesimistis terhadap skor IDI
 - d. Provinsi Maluku Utara terindikasi mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi dari sedang ke buruk dalam sudut pandang estimasi pesimistis skor IDI.
 - e. Provinsi Papua Barat dan Provinsi Papua terindikasi tidak mengalami degradasi capaian kinerja demokrasi, namun masih berkutat pada capaian kinerja demokrasi buruk baik dari sudut pandang skor IDI aktual, skor IDI hasil estimasi titik, maupun skor IDI dari sudut pandang estimasi pesimistis.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel studi kasus data IDI tahun 2015, saran yang dapat diberikan adalah :

1. Fokus dalam penelitian ini adalah mengkaji estimasi interval pada kurva regresi nonparametrik, dan tidak menutup kemungkinan untuk dapat dikaji estimasi interval pada kurva regresi semiparametrik untuk data yang mendukungnya.

2. Pengembangan secara metode statistika dapat dilakukan pada estimasi interval kurva regresi nonparametrik *spline truncated* multivariabel birespon.
3. Penelitian ini menggunakan data *cross section* sehingga perkembangan IDI dari tahun ke tahun belum dapat tergambarkan secara lebih informatif, untuk itu penelitian selanjutnya dapat mengaplikasikan pada data longitudinal serta dapat pula diaplikasikan pada masalah-masalah sosial dan kependudukan lainnya.
4. Bagi pemerintah pusat ataupun pemerintah daerah, capaian kinerja demokrasi suatu daerah selain dapat diukur melalui indikator, variabel, dan aspek penyusunnya, dapat pula secara singkat dilakukan dengan membuat estimasi melalui faktor-faktor yang diduga mempengaruhinya yaitu indeks pembangunan manusia, indeks pemberdayaan gender, laju pertumbuhan ekonomi, persentase penduduk miskin, koefisien gini, dan indeks pembangunan teknologi informasi dan komunikasi.
5. Bagi provinsi yang terindikasi mengalami degradasi capaian kinerja demokrasinya ataupun provinsi yang tetap berkuat pada capaian kinerja demokrasi berkategori buruk baik dari sudut pandang skor IDI aktual, skor IDI hasil estimasi titik, maupun skor IDI dari sudut pandang estimasi pesimistis, hal ini menjadi perhatian dan *warning* untuk provinsi terkait.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- Adams, W.T.(2013), ” Democracy Index Scores & Political Finance Regulations", *CMC Senior Thesis*, Paper 713,
http://scholarship.claremont.edu/cmc_theses/713. [Diakses Pebruari 2017].
- Azis (2012), *Keterkaitan Demokrasi dengan Kemajuan IPTEK suatu Negara*,
<http://azisandhisfamily.blogspot.co.id/2012/12/keterkaitan-demokrasi-dengan-kemajuan-iptek-suatu-negara>. [Diakses Pebruari 2017].
- BAPPENAS (2014), *Laporan Akhir Penyusunan Konsep Rancangan RPJMN 2015-2019 : Pembangunan Berkelanjutan*, Deputi Sumber Daya Alam dan Lingkungan Hidup, Bappenas, Jakarta.
- BPS (2012), *Indeks Demokrasi Indonesia 2010 Kebebasan Yang Bertanggung Jawab dan Substansial : Sebuah Tantangan*, BPS, Jakarta.
- ____(2016a), “Profil Kemiskinan Di Indonesia September 2015”, *Berita Resmi Statistik*, No.05/01/Th.XIX, 4 Januari 2016, Jakarta.
- ____(2016b), “Tingkat Ketimpangan Pengeluaran Penduduk Indonesia September 2015”, *Berita Resmi Statistik*, No.37/04/Th.XIX, 18 April 2016, Jakarta.
- ____(2016c), “Indeks Demokrasi Indonesia (IDI)2015”, *Berita Resmi Statistik*, No.73/08/Th.XIX, 03 Agustus 2016, Jakarta.
- ____(2016d), “Indeks Pembangunan Teknologi Informasi dan Komunikasi (IPTIK) Tahun 2012-2015”, *Berita Resmi Statistik*, No.115/12/Th.XIX, 15 Desember 2016, Jakarta.
- ____(2016e), *Statistik Indonesia 2016*, BPS, Jakarta.
- Budiantara, I.N.(2004), *Model Spline Multivariabel dalam Regresi Nonparametrik.*, Makalah Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika ITS, Surabaya.
- Budiantara, I. N.(2006), *Model Spline dengan Knots Optimal*. Jurnal Ilmu Dasar, FMIPA Universitas Jember, Vol.7, Hal. 77-85.
- Budiantara, I.N., Ratna, M., Zain, I., dan Wibowo, W.(2012), *Modeling the Percentage of Poor People in Indonesia Using Spline Nonparametric*

Regression Approach. International Journal of Basic & Applied Science
IJBAS-IJENS, Vol.12, No.06.

- Budiantara, I.N. (2009), “Spline Dalam Regresi Nonparametrik Dan Semiparametrik : Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang”, *Pidato Pengukuhan Untuk Jabatan Guru Besar Dalam Bidang Ilmu Matematika Statistika dan Probabilitas, Pada Jurusan Statistika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, ITS Press, Surabaya*.
- Burkhardt, R.E. dan Lewis-Beck, M.S. (1994), “Comparative Democracy : the Economic Development Thesis”, *American Political Science Review*, 88:4 (1994) hal. 903-910.
- Dlamini, S. (2015), *Political parties cause divisions : Exploring Support for Democracy in Swaziland*, Honors, Center on Democracy, Development & the Rule of Law, Swaziland.
- Doko, A.M. (2014), *The Relationship between Income and Education and Support for Democracy in Six Arab Countries*, Tesis, Georgetown University, Washington, D.C.
- Drazanova, L. (2010), *Does Education Matter for Democracy? An International Comparison of the Effect of Education on Democratic Attitudes and Xenophobia*, Tesis, Central European University, Budapest, Hungary.
- Eubank, R.L. (1999), *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd edition, Marcel Dekker, New York.
- Fajriyyah, E.K. (2015), *Pemodelan Indeks Pembangunan Gender dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline di Indonesia*, *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 4, 2337-3520 (2301-928X Print)
- Gujarati, D.N. (2003), *Basic Econometrics, Fourth Edition*, The McGraw-Hill Companies, Inc. 1221 Avenue of the Americas, New York.
- Hardle, W. (1994), *Applied Nonparametric Regression*, Springer-Verlag, Berlin.
- Högström, J. (2013), *Quality Of Democracy Around The Globe : A Comparative Study*, Tesis Ph.D., Mid Sweden University, Sweden
- Intansari, I. A. S. (2016), *Inferensi Statistik Untuk Kurva Regresi Nonparametrik Spline Kuadrat dan Aplikasinya Pada Data ASFR (Age Specific*

- Fertility Rate) di Bali*, Thesis, Jurusan Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Kelley, K.(2007), Confidence Intervals for Standardized Effect Sizes: Theory, Application, and Implementation, *Journal of Statistical Software*, Volume 20, Issue 8.
- KEMENPPPA (2016), *Pembangunan Manusia Berbasis Gender 2016*, CV.Lintas Khatulistiwa, Jakarta.
- Litawati, E.K.(2013), Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline Untuk Pemodelan Laju Pertumbuhan Ekonomi (LPE) di Jawa Timur, *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, Vol. 2, 2337-3520 (2301-928X Print).
- Mao, W. dan Zhao, L. H.(2003), Free-Knot Polynomial Splines with Confidence Intervals. *J.R. Statist.Soc.B.*, Volume 65, Part 4, pp. 901-919
- Norris,P. dan Inglehart,R.(2002), “ Islamic Culture and Democracy : Testing the Clash of Civilizations Thesis”, *Comparative Sociology*, Volume 1, issue 3-4.
- Purwanto,B.A dan Syawie,M.(2012), *Demokrasi dan Kesejahteraan*, Informasi, Vol. 17 No.01.
- Rencher, A.C. dan Scaalje, G.B., (2007), *Linear Models in Statistics*. 2nd Edition, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Ruppert, D.M.P.(2003), *Semiparametric Regression*,Crambridge Unviversity Press, New York.
- Setiawan, R.N.S.(2017), *Estimasi Interval untuk Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel (Studi Kasus Pada Data Indeks Pembangunan Gender di Provinsi Jawa Timur*, Tesis, Jurusan Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Sunyoto,D.(2011), *Praktik SPSS untuk Kasus Dilengkapi Contoh Penelitian Bidang Ekonomi*,Mulia Merdeka, Jakarta.
- Syaranamual, R.D.(2011), Estimasi Interval Spline Kuadrat dengan Pendekatan Pivotal Quantity, *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, Universitas Diponegoro, Semarang.
- Todaro, M.P.(2003), *Pembangunan Ekonomi Edisi Sembilan*. Erlangga Indonesia,Jakarta.

- Wahba, G. (1990), *Spline Models for Observational Data*, SIAM, Pennsylvania.
- Yanthi, N.P.D.(2016), Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline di Jawa Tengah, *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 5, 2337-3520 (2301-928X Print)

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian

Provinsi	Y	X ₁	X ₂	X ₃
Aceh	67,78	69,45	65,57	-0,72
Sumatera Utara	69,01	69,51	67,81	5,10
Sumatera Barat	67,46	69,98	62,42	5,41
Riau	65,83	70,84	74,59	0,22
Jambi	70,68	68,89	62,43	4,21
Sumatera Selatan	79,81	67,46	70,36	4,50
Bengkulu	73,60	68,59	68,86	5,14
Lampung	65,95	66,95	62,01	5,13
Kepulauan Bangka Belitung	72,31	69,05	56,29	4,08
Kepulauan Riau	70,26	73,75	62,15	6,02
DKI Jakarta	85,32	78,99	71,41	5,88
Jawa Barat	73,04	69,50	69,02	5,03
Jawa Tengah	69,75	69,49	74,80	5,44
DI Yogyakarta	83,19	77,59	68,75	4,94
Jawa Timur	76,90	68,95	68,41	5,44
Banten	68,46	70,27	67,94	5,37
Bali	79,83	73,27	62,99	6,04
Nusa Tenggara Barat	65,08	65,19	58,69	21,24
Nusa Tenggara Timur	78,47	62,67	64,75	5,02
Kalimantan Barat	76,40	65,59	64,44	4,81
Kalimantan Tengah	73,46	68,53	77,87	7,01
Kalimantan Selatan	74,76	68,38	70,05	3,84
Kalimantan Timur	81,24	74,17	55,96	-1,28
Kalimantan Utara	80,16	68,76	67,31	3,13
Sulawesi Utara	79,40	70,39	79,82	6,12
Sulawesi Tengah	76,67	66,76	65,57	15,56
Sulawesi Selatan	67,90	69,15	67,98	7,15
Sulawesi Tenggara	69,44	68,75	72,14	6,88
Gorontalo	76,77	65,86	69,26	6,23
Sulawesi Barat	68,25	62,96	69,40	7,37
Maluku	65,90	67,05	77,15	5,44
Maluku Utara	61,52	65,91	65,74	6,10
Papua Barat	59,97	61,73	48,19	4,10
Papua	57,55	57,25	63,69	7,97

Lampiran 1. Data Penelitian (lanjutan)

Provinsi	X ₄	X ₅	X ₆
Aceh	17,08	0,33	4,14
Sumatera Utara	10,53	0,34	4,29
Sumatera Barat	7,31	0,34	4,69
Riau	8,42	0,36	4,65
Jambi	8,86	0,36	4,50
Sumatera Selatan	14,25	0,36	4,27
Bengkulu	17,88	0,38	4,70
Lampung	14,35	0,38	3,76
Kepulauan Bangka Belitung	5,40	0,28	4,51
Kepulauan Riau	6,24	0,36	6,49
DKI Jakarta	3,93	0,43	9,25
Jawa Barat	9,53	0,41	5,03
Jawa Tengah	13,58	0,38	4,41
DI Yogyakarta	14,91	0,43	6,45
Jawa Timur	12,34	0,42	4,74
Banten	5,90	0,40	5,35
Bali	4,74	0,38	6,01
Nusa Tenggara Barat	17,10	0,37	3,67
Nusa Tenggara Timur	22,61	0,34	3,26
Kalimantan Barat	8,03	0,33	4,08
Kalimantan Tengah	5,94	0,33	4,57
Kalimantan Selatan	4,99	0,35	4,84
Kalimantan Timur	6,23	0,32	6,30
Kalimantan Utara	6,32	0,29	5,83
Sulawesi Utara	8,65	0,37	5,04
Sulawesi Tengah	14,66	0,37	3,98
Sulawesi Selatan	9,39	0,42	4,53
Sulawesi Tenggara	12,90	0,40	4,04
Gorontalo	18,32	0,42	3,81
Sulawesi Barat	12,40	0,36	3,33
Maluku	19,51	0,34	4,09
Maluku Utara	6,84	0,28	3,75
Papua Barat	25,82	0,44	4,32
Papua	28,17	0,42	2,91

Lampiran 2. Nilai GCV untuk Satu Titik Knot

No	Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
1	77.22	77.24	19.40	26.19	0.43	8.73	32.52
2	76.77	76.59	18.94	25.70	0.42	8.60	33.52
3	77.66	77.88	19.86	26.69	0.43	8.86	34.50
4	78.10	78.53	20.32	27.18	0.43	8.99	34.50
5	76.33	75.95	18.48	25.20	0.42	8.47	34.70
6	57.69	48.84	-0.82	4.42	0.28	3.04	36.78
7	75.88	75.30	18.02	24.71	0.42	8.34	38.23
8	58.14	49.48	-0.36	4.92	0.29	3.17	42.04
9	75.44	74.66	17.56	24.21	0.41	8.21	42.11
10	75.00	74.01	17.10	23.72	0.41	8.09	44.34
11	73.67	72.07	15.72	22.23	0.40	7.70	44.41
12	74.11	72.72	16.18	22.73	0.40	7.83	44.53
13	74.55	73.36	16.64	23.22	0.41	7.96	44.87
14	73.22	71.43	15.27	21.74	0.40	7.57	46.26
15	62.13	55.29	3.78	9.37	0.32	4.33	46.91
16	59.02	50.77	0.56	5.91	0.29	3.43	46.91
17	58.58	50.13	0.10	5.41	0.29	3.30	46.93
18	62.57	55.94	4.24	9.87	0.32	4.46	47.00
19	61.69	54.65	3.32	8.88	0.31	4.20	47.02
20	59.91	52.06	1.48	6.90	0.30	3.69	47.03
21	59.47	51.42	1.02	6.40	0.30	3.56	47.07
22	61.24	54.00	2.86	8.38	0.31	4.07	47.20
23	60.80	53.35	2.40	7.89	0.31	3.95	47.26
24	60.36	52.71	1.94	7.39	0.30	3.82	47.36
25	72.78	70.78	14.81	21.24	0.39	7.44	47.53
26	78.55	79.17	20.78	27.68	0.44	9.12	48.74
27	72.33	70.14	14.35	20.75	0.39	7.31	49.03
28	63.02	56.58	4.69	10.36	0.32	4.59	49.72
29	71.89	69.49	13.89	20.25	0.39	7.18	50.66
30	71.45	68.85	13.43	19.76	0.38	7.05	52.17
31	63.46	57.23	5.15	10.86	0.33	4.72	52.70
32	71.00	68.20	12.97	19.27	0.38	6.92	52.84
33	70.56	67.56	12.51	18.77	0.38	6.79	53.01
34	70.12	66.91	12.05	18.28	0.37	6.66	53.21
35	69.67	66.26	11.59	17.78	0.37	6.53	54.24
36	68.34	64.33	10.21	16.30	0.36	6.14	54.75
37	68.79	64.97	10.67	16.79	0.36	6.27	54.85
38	63.91	57.87	5.61	11.35	0.33	4.85	54.88
39	69.23	65.62	11.13	17.29	0.37	6.40	54.95
40	67.90	63.68	9.75	15.80	0.36	6.02	54.98
41	67.45	63.04	9.29	15.31	0.36	5.89	55.56
42	67.01	62.39	8.83	14.81	0.35	5.76	56.27
43	64.35	58.52	6.07	11.85	0.33	4.98	56.41
44	64.79	59.16	6.53	12.34	0.34	5.11	57.15
45	66.57	61.75	8.37	14.32	0.35	5.63	57.36
46	65.24	59.81	6.99	12.83	0.34	5.24	57.74
47	66.12	61.10	7.91	13.82	0.35	5.50	57.95
48	65.68	60.45	7.45	13.33	0.34	5.37	57.96

Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot

No	Knot1 dan Knot2 pada Variabel												Nilai GCV
	X_1		X_2		X_3		X_4		X_5		X_6		
1	57.69	77.22	48.84	77.24	-0.82	19.40	4.42	26.19	0.28	0.43	3.04	8.73	33.32
2	77.22	77.66	77.24	77.88	19.40	19.86	26.19	26.69	0.43	0.43	8.73	8.86	34.39
3	77.22	78.55	77.24	79.17	19.40	20.78	26.19	27.68	0.43	0.44	8.73	9.12	34.39
4	77.22	78.10	77.24	78.53	19.40	20.32	26.19	27.18	0.43	0.43	8.73	8.99	34.39
5	77.66	78.55	77.88	79.17	19.86	20.78	26.69	27.68	0.43	0.44	8.86	9.12	34.50
6	77.66	78.10	77.88	78.53	19.86	20.32	26.69	27.18	0.43	0.43	8.86	8.99	34.50
7	78.10	78.55	78.53	79.17	20.32	20.78	27.18	27.68	0.43	0.44	8.99	9.12	34.50
8	57.69	76.77	48.84	76.59	-0.82	18.94	4.42	25.70	0.28	0.42	3.04	8.60	34.62
9	76.33	76.77	75.95	76.59	18.48	18.94	25.20	25.70	0.42	0.42	8.47	8.60	34.83
10	76.33	77.22	75.95	77.24	18.48	19.40	25.20	26.19	0.42	0.43	8.47	8.73	35.25
11	76.77	77.22	76.59	77.24	18.94	19.40	25.70	26.19	0.42	0.43	8.60	8.73	35.39
12	58.14	77.22	49.48	77.24	-0.36	19.40	4.92	26.19	0.29	0.43	3.17	8.73	35.91
13	57.69	76.33	48.84	75.95	-0.82	18.48	4.42	25.20	0.28	0.42	3.04	8.47	35.92
14	57.69	78.10	48.84	78.53	-0.82	20.32	4.42	27.18	0.28	0.43	3.04	8.99	36.31
15	57.69	77.66	48.84	77.88	-0.82	19.86	4.42	26.69	0.28	0.43	3.04	8.86	36.31
16	57.69	78.55	48.84	79.17	-0.82	20.78	4.42	27.68	0.28	0.44	3.04	9.12	36.31
17	76.77	78.10	76.59	78.53	18.94	20.32	25.70	27.18	0.42	0.43	8.60	8.99	36.94
18	76.77	78.55	76.59	79.17	18.94	20.78	25.70	27.68	0.42	0.44	8.60	9.12	36.94
19	76.77	77.66	76.59	77.88	18.94	19.86	25.70	26.69	0.42	0.43	8.60	8.86	36.94
20	59.02	77.22	50.77	77.24	0.56	19.40	5.91	26.19	0.29	0.43	3.43	8.73	37.51
21	76.33	77.66	75.95	77.88	18.48	19.86	25.20	26.69	0.42	0.43	8.47	8.86	37.54
22	76.33	78.55	75.95	79.17	18.48	20.78	25.20	27.68	0.42	0.44	8.47	9.12	37.54
23	76.33	78.10	75.95	78.53	18.48	20.32	25.20	27.18	0.42	0.43	8.47	8.99	37.54
24	61.69	77.22	54.65	77.24	3.32	19.40	8.88	26.19	0.31	0.43	4.20	8.73	37.75
25	62.13	77.22	55.29	77.24	3.78	19.40	9.37	26.19	0.32	0.43	4.33	8.73	37.77
26	58.14	76.77	49.48	76.59	-0.36	18.94	4.92	25.70	0.29	0.42	3.17	8.60	37.77
27	75.88	76.33	75.30	75.95	18.02	18.48	24.71	25.20	0.42	0.42	8.34	8.47	37.99
28	75.88	76.77	75.30	76.59	18.02	18.94	24.71	25.70	0.42	0.42	8.34	8.60	37.99
29	59.47	77.22	51.42	77.24	1.02	19.40	6.40	26.19	0.30	0.43	3.56	8.73	38.03
30	75.44	76.77	74.66	76.59	17.56	18.94	24.21	25.70	0.41	0.42	8.21	8.60	38.06
31	75.44	76.33	74.66	75.95	17.56	18.48	24.21	25.20	0.41	0.42	8.21	8.47	38.21
32	75.00	76.77	74.01	76.59	17.10	18.94	23.72	25.70	0.41	0.42	8.09	8.60	38.39
33	75.44	77.22	74.66	77.24	17.56	19.40	24.21	26.19	0.41	0.43	8.21	8.73	38.41
34	75.88	77.22	75.30	77.24	18.02	19.40	24.71	26.19	0.42	0.43	8.34	8.73	38.42
35	75.00	77.22	74.01	77.24	17.10	19.40	23.72	26.19	0.41	0.43	8.09	8.73	38.46
36	74.55	77.22	73.36	77.24	16.64	19.40	23.22	26.19	0.41	0.43	7.96	8.73	38.58
37	74.55	76.77	73.36	76.59	16.64	18.94	23.22	25.70	0.41	0.42	7.96	8.60	38.85
38	75.44	75.88	74.66	75.30	17.56	18.02	24.21	24.71	0.41	0.42	8.21	8.34	38.94
39	60.80	77.22	53.35	77.24	2.40	19.40	7.89	26.19	0.31	0.43	3.95	8.73	39.08
40	74.11	77.22	72.72	77.24	16.18	19.40	22.73	26.19	0.40	0.43	7.83	8.73	39.08
41	61.24	77.22	54.00	77.24	2.86	19.40	8.38	26.19	0.31	0.43	4.07	8.73	39.14
42	75.00	76.33	74.01	75.95	17.10	18.48	23.72	25.20	0.41	0.42	8.09	8.47	39.32
43	59.91	77.22	52.06	77.24	1.48	19.40	6.90	26.19	0.30	0.43	3.69	8.73	39.35
44	58.14	76.33	49.48	75.95	-0.36	18.48	4.92	25.20	0.29	0.42	3.17	8.47	39.53
45	74.11	76.77	72.72	76.59	16.18	18.94	22.73	25.70	0.40	0.42	7.83	8.60	39.71
46	59.02	76.77	50.77	76.59	0.56	18.94	5.91	25.70	0.29	0.42	3.43	8.60	39.80
47	58.58	77.22	50.13	77.24	0.10	19.40	5.41	26.19	0.29	0.43	3.30	8.73	39.82
48	60.36	77.22	52.71	77.24	1.94	19.40	7.39	26.19	0.30	0.43	3.82	8.73	39.93
49	74.55	76.33	73.36	75.95	16.64	18.48	23.22	25.20	0.41	0.42	7.96	8.47	40.20
50	62.57	77.22	55.94	77.24	4.24	19.40	9.87	26.19	0.32	0.43	4.46	8.73	40.59
51	57.69	75.88	48.84	75.30	-0.82	18.02	4.42	24.71	0.28	0.42	3.04	8.34	40.74

Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1 dan Knot2 pada Variabel												Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	
52	62.13	76.77	55.29	76.59	3.78	18.94	9.37	25.70	0.32	0.42	4.33	8.60	40.75
53	59.47	76.77	51.42	76.59	1.02	18.94	6.40	25.70	0.30	0.42	3.56	8.60	40.99
54	61.69	76.77	54.65	76.59	3.32	18.94	8.88	25.70	0.31	0.42	4.20	8.60	41.10
55	57.69	75.44	48.84	74.66	-0.82	17.56	4.42	24.21	0.28	0.41	3.04	8.21	41.30
56	75.88	77.66	75.30	77.88	18.02	19.86	24.71	26.69	0.42	0.43	8.34	8.86	41.31
57	75.88	78.55	75.30	79.17	18.02	20.78	24.71	27.68	0.42	0.44	8.34	9.12	41.31
58	75.88	78.10	75.30	78.53	18.02	20.32	24.71	27.18	0.42	0.43	8.34	8.99	41.31
59	74.11	77.66	72.72	77.88	16.18	19.86	22.73	26.69	0.40	0.43	7.83	8.86	41.31
60	74.11	78.55	72.72	79.17	16.18	20.78	22.73	27.68	0.40	0.44	7.83	9.12	41.31
61	74.11	78.10	72.72	78.53	16.18	20.32	22.73	27.18	0.40	0.43	7.83	8.99	41.31
62	75.44	77.66	74.66	77.88	17.56	19.86	24.21	26.69	0.41	0.43	8.21	8.86	41.33
63	75.44	78.10	74.66	78.53	17.56	20.32	24.21	27.18	0.41	0.43	8.21	8.99	41.33
64	75.44	78.55	74.66	79.17	17.56	20.78	24.21	27.68	0.41	0.44	8.21	9.12	41.33
65	75.00	78.55	74.01	79.17	17.10	20.78	23.72	27.68	0.41	0.44	8.09	9.12	41.33
66	75.00	78.10	74.01	78.53	17.10	20.32	23.72	27.18	0.41	0.43	8.09	8.99	41.33
67	75.00	77.66	74.01	77.88	17.10	19.86	23.72	26.69	0.41	0.43	8.09	8.86	41.33
68	75.00	75.88	74.01	75.30	17.10	18.02	23.72	24.71	0.41	0.42	8.09	8.34	41.34
69	58.14	75.88	49.48	75.30	-0.36	18.02	4.92	24.71	0.29	0.42	3.17	8.34	41.35
70	74.55	78.10	73.36	78.53	16.64	20.32	23.22	27.18	0.41	0.43	7.96	8.99	41.38
71	74.55	77.66	73.36	77.88	16.64	19.86	23.22	26.69	0.41	0.43	7.96	8.86	41.38
72	74.55	78.55	73.36	79.17	16.64	20.78	23.22	27.68	0.41	0.44	7.96	9.12	41.38
73	74.11	76.33	72.72	75.95	16.18	18.48	22.73	25.20	0.40	0.42	7.83	8.47	41.49
74	58.58	76.77	50.13	76.59	0.10	18.94	5.41	25.70	0.29	0.42	3.30	8.60	41.63
75	57.69	75.00	48.84	74.01	-0.82	17.10	4.42	23.72	0.28	0.41	3.04	8.09	41.73
76	74.55	75.88	73.36	75.30	16.64	18.02	23.22	24.71	0.41	0.42	7.96	8.34	42.05
77	59.02	76.33	50.77	75.95	0.56	18.48	5.91	25.20	0.29	0.42	3.43	8.47	42.09
78	57.69	74.55	48.84	73.36	-0.82	16.64	4.42	23.22	0.28	0.41	3.04	7.96	42.16
79	57.69	74.11	48.84	72.72	-0.82	16.18	4.42	22.73	0.28	0.40	3.04	7.83	42.53
80	59.91	76.77	52.06	76.59	1.48	18.94	6.90	25.70	0.30	0.42	3.69	8.60	42.56
81	60.80	76.77	53.35	76.59	2.40	18.94	7.89	25.70	0.31	0.42	3.95	8.60	42.60
82	61.24	76.77	54.00	76.59	2.86	18.94	8.38	25.70	0.31	0.42	4.07	8.60	42.67
83	58.14	77.66	49.48	77.88	-0.36	19.86	4.92	26.69	0.29	0.43	3.17	8.86	42.97
84	58.14	78.55	49.48	79.17	-0.36	20.78	4.92	27.68	0.29	0.44	3.17	9.12	42.97
85	58.14	78.10	49.48	78.53	-0.36	20.32	4.92	27.18	0.29	0.43	3.17	8.99	42.97
86	62.57	76.77	55.94	76.59	4.24	18.94	9.87	25.70	0.32	0.42	4.46	8.60	43.11
87	73.67	77.22	72.07	77.24	15.72	19.40	22.23	26.19	0.40	0.43	7.70	8.73	43.17
88	73.67	77.66	72.07	77.88	15.72	19.86	22.23	26.69	0.40	0.43	7.70	8.86	43.18
89	73.67	78.10	72.07	78.53	15.72	20.32	22.23	27.18	0.40	0.43	7.70	8.99	43.18
90	73.67	78.55	72.07	79.17	15.72	20.78	22.23	27.68	0.40	0.44	7.70	9.12	43.18
91	60.36	76.77	52.71	76.59	1.94	18.94	7.39	25.70	0.30	0.42	3.82	8.60	43.28
92	75.00	75.44	74.01	74.66	17.10	17.56	23.72	24.21	0.41	0.41	8.09	8.21	43.37
93	74.55	75.44	73.36	74.66	16.64	17.56	23.22	24.21	0.41	0.41	7.96	8.21	43.43
94	58.58	76.33	50.13	75.95	0.10	18.48	5.41	25.20	0.29	0.42	3.30	8.47	43.45
95	74.55	75.00	73.36	74.01	16.64	17.10	23.22	23.72	0.41	0.41	7.96	8.09	43.46
96	74.11	75.88	72.72	75.30	16.18	18.02	22.73	24.71	0.40	0.42	7.83	8.34	43.50
97	62.13	76.33	55.29	75.95	3.78	18.48	9.37	25.20	0.32	0.42	4.33	8.47	43.58
98	59.47	76.33	51.42	75.95	1.02	18.48	6.40	25.20	0.30	0.42	3.56	8.47	43.65
99	59.02	75.88	50.77	75.30	0.56	18.02	5.91	24.71	0.29	0.42	3.43	8.34	43.83
100	73.67	76.77	72.07	76.59	15.72	18.94	22.23	25.70	0.40	0.42	7.70	8.60	44.11
101	61.69	76.33	54.65	75.95	3.32	18.48	8.88	25.20	0.31	0.42	4.20	8.47	44.16

Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1 dan Knot2 pada Variabel												Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	
102	57.69	73.67	48.84	72.07	-0.82	15.72	4.42	22.23	0.28	0.40	3.04	7.70	44.73
103	69.23	77.22	65.62	77.24	11.13	19.40	17.29	26.19	0.37	0.43	6.40	8.73	44.92
104	58.58	75.88	50.13	75.30	0.10	18.02	5.41	24.71	0.29	0.42	3.30	8.34	44.94
105	74.11	75.44	72.72	74.66	16.18	17.56	22.73	24.21	0.40	0.41	7.83	8.21	44.94
106	74.11	75.00	72.72	74.01	16.18	17.10	22.73	23.72	0.40	0.41	7.83	8.09	44.99
107	74.11	74.55	72.72	73.36	16.18	16.64	22.73	23.22	0.40	0.41	7.83	7.96	44.99
108	59.02	78.55	50.77	79.17	0.56	20.78	5.91	27.68	0.29	0.44	3.43	9.12	45.27
109	59.02	78.10	50.77	78.53	0.56	20.32	5.91	27.18	0.29	0.43	3.43	8.99	45.27
110	59.02	77.66	50.77	77.88	0.56	19.86	5.91	26.69	0.29	0.43	3.43	8.86	45.27
111	59.47	60.36	51.42	52.71	1.02	1.94	6.40	7.39	0.30	0.30	3.56	3.82	45.28
112	68.79	77.22	64.97	77.24	10.67	19.40	16.79	26.19	0.36	0.43	6.27	8.73	45.29
113	58.14	75.44	49.48	74.66	-0.36	17.56	4.92	24.21	0.29	0.41	3.17	8.21	45.31
114	59.91	76.33	52.06	75.95	1.48	18.48	6.90	25.20	0.30	0.42	3.69	8.47	45.35
115	58.14	59.02	49.48	50.77	-0.36	0.56	4.92	5.91	0.29	0.29	3.17	3.43	45.43
116	57.69	58.14	48.84	49.48	-0.82	-0.36	4.42	4.92	0.28	0.29	3.04	3.17	45.46
117	59.91	60.36	52.06	52.71	1.48	1.94	6.90	7.39	0.30	0.30	3.69	3.82	45.49
118	58.58	77.66	50.13	77.88	0.10	19.86	5.41	26.69	0.29	0.43	3.30	8.86	45.50
119	58.58	78.55	50.13	79.17	0.10	20.78	5.41	27.68	0.29	0.44	3.30	9.12	45.50
120	58.58	78.10	50.13	78.53	0.10	20.32	5.41	27.18	0.29	0.43	3.30	8.99	45.50
121	59.47	75.88	51.42	75.30	1.02	18.02	6.40	24.71	0.30	0.42	3.56	8.34	45.53
122	62.57	76.33	55.94	75.95	4.24	18.48	9.87	25.20	0.32	0.42	4.46	8.47	45.53
123	62.13	75.88	55.29	75.30	3.78	18.02	9.37	24.71	0.32	0.42	4.33	8.34	45.58
124	60.80	76.33	53.35	75.95	2.40	18.48	7.89	25.20	0.31	0.42	3.95	8.47	45.69
125	58.14	75.00	49.48	74.01	-0.36	17.10	4.92	23.72	0.29	0.41	3.17	8.09	45.76
126	61.24	76.33	54.00	75.95	2.86	18.48	8.38	25.20	0.31	0.42	4.07	8.47	45.78
127	59.47	78.10	51.42	78.53	1.02	20.32	6.40	27.18	0.30	0.43	3.56	8.99	45.99
128	59.47	77.66	51.42	77.88	1.02	19.86	6.40	26.69	0.30	0.43	3.56	8.86	45.99
129	59.47	78.55	51.42	79.17	1.02	20.78	6.40	27.68	0.30	0.44	3.56	9.12	45.99
130	58.14	74.55	49.48	73.36	-0.36	16.64	4.92	23.22	0.29	0.41	3.17	7.96	46.08
131	60.36	76.33	52.71	75.95	1.94	18.48	7.39	25.20	0.30	0.42	3.82	8.47	46.19
132	61.69	75.88	54.65	75.30	3.32	18.02	8.88	24.71	0.31	0.42	4.20	8.34	46.28
133	67.90	77.22	63.68	77.24	9.75	19.40	15.80	26.19	0.36	0.43	6.02	8.73	46.31
134	58.14	74.11	49.48	72.72	-0.36	16.18	4.92	22.73	0.29	0.40	3.17	7.83	46.37
135	68.34	77.22	64.33	77.24	10.21	19.40	16.30	26.19	0.36	0.43	6.14	8.73	46.40
136	57.69	59.02	48.84	50.77	-0.82	0.56	4.42	5.91	0.28	0.29	3.04	3.43	46.41
137	73.67	76.33	72.07	75.95	15.72	18.48	22.23	25.20	0.40	0.42	7.70	8.47	46.48
138	69.23	76.77	65.62	76.59	11.13	18.94	17.29	25.70	0.37	0.42	6.40	8.60	46.69
139	68.79	76.77	64.97	76.59	10.67	18.94	16.79	25.70	0.36	0.42	6.27	8.60	46.97
140	59.02	60.36	50.77	52.71	0.56	1.94	5.91	7.39	0.29	0.30	3.43	3.82	46.98
141	57.69	59.47	48.84	51.42	-0.82	1.02	4.42	6.40	0.28	0.30	3.04	3.56	47.15
142	58.14	59.47	49.48	51.42	-0.36	1.02	4.92	6.40	0.29	0.30	3.17	3.56	47.18
143	58.58	59.02	50.13	50.77	0.10	0.56	5.41	5.91	0.29	0.29	3.30	3.43	47.23
144	59.91	75.88	52.06	75.30	1.48	18.02	6.90	24.71	0.30	0.42	3.69	8.34	47.26
145	62.57	75.88	55.94	75.30	4.24	18.02	9.87	24.71	0.32	0.42	4.46	8.34	47.27
146	59.91	78.55	52.06	79.17	1.48	20.78	6.90	27.68	0.30	0.44	3.69	9.12	47.27
147	59.91	78.10	52.06	78.53	1.48	20.32	6.90	27.18	0.30	0.43	3.69	8.99	47.27
148	59.91	77.66	52.06	77.88	1.48	19.86	6.90	26.69	0.30	0.43	3.69	8.86	47.27
149	69.67	77.22	66.26	77.24	11.59	19.40	17.78	26.19	0.37	0.43	6.53	8.73	47.57
150	67.90	76.77	63.68	76.59	9.75	18.94	15.80	25.70	0.36	0.42	6.02	8.60	47.63
151	72.78	76.77	70.78	76.59	14.81	18.94	21.24	25.70	0.39	0.42	7.44	8.60	47.67

Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1 dan Knot2 pada Variabel												Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	
152	71.45	77.22	68.85	77.24	13.43	19.40	19.76	26.19	0.38	0.43	7.05	8.73	47.70
153	57.69	58.58	48.84	50.13	-0.82	0.10	4.42	5.41	0.28	0.29	3.04	3.30	47.70
154	71.00	77.22	68.20	77.24	12.97	19.40	19.27	26.19	0.38	0.43	6.92	8.73	47.71
155	60.80	75.88	53.35	75.30	2.40	18.02	7.89	24.71	0.31	0.42	3.95	8.34	47.78
156	71.89	77.22	69.49	77.24	13.89	19.40	20.25	26.19	0.39	0.43	7.18	8.73	47.80
157	68.34	76.77	64.33	76.59	10.21	18.94	16.30	25.70	0.36	0.42	6.14	8.60	47.86
158	61.24	75.88	54.00	75.30	2.86	18.02	8.38	24.71	0.31	0.42	4.07	8.34	47.87
159	70.56	77.22	67.56	77.24	12.51	19.40	18.77	26.19	0.38	0.43	6.79	8.73	47.90
160	70.12	77.22	66.91	77.24	12.05	19.40	18.28	26.19	0.37	0.43	6.66	8.73	47.91
161	57.69	73.22	48.84	71.43	-0.82	15.27	4.42	21.74	0.28	0.40	3.04	7.57	47.97
162	72.33	76.77	70.14	76.59	14.35	18.94	20.75	25.70	0.39	0.42	7.31	8.60	48.02
163	60.36	75.88	52.71	75.30	1.94	18.02	7.39	24.71	0.30	0.42	3.82	8.34	48.16
164	73.22	76.33	71.43	75.95	15.27	18.48	21.74	25.20	0.40	0.42	7.57	8.47	48.25
165	59.02	60.80	50.77	53.35	0.56	2.40	5.91	7.89	0.29	0.31	3.43	3.95	48.27
166	58.14	58.58	49.48	50.13	-0.36	0.10	4.92	5.41	0.29	0.29	3.17	3.30	48.39
167	67.01	77.22	62.39	77.24	8.83	19.40	14.81	26.19	0.35	0.43	5.76	8.73	48.47
168	57.69	59.91	48.84	52.06	-0.82	1.48	4.42	6.90	0.28	0.30	3.04	3.69	48.49
169	69.23	76.33	65.62	75.95	11.13	18.48	17.29	25.20	0.37	0.42	6.40	8.47	48.51
170	67.45	77.22	63.04	77.24	9.29	19.40	15.31	26.19	0.36	0.43	5.89	8.73	48.57
171	71.89	76.77	69.49	76.59	13.89	18.94	20.25	25.70	0.39	0.42	7.18	8.60	48.58
172	60.36	78.55	52.71	79.17	1.94	20.78	7.39	27.68	0.30	0.44	3.82	9.12	48.67
173	60.36	78.10	52.71	78.53	1.94	20.32	7.39	27.18	0.30	0.43	3.82	8.99	48.67
174	60.36	77.66	52.71	77.88	1.94	19.86	7.39	26.69	0.30	0.43	3.82	8.86	48.67
175	71.45	76.77	68.85	76.59	13.43	18.94	19.76	25.70	0.38	0.42	7.05	8.60	48.72
176	72.78	76.33	70.78	75.95	14.81	18.48	21.24	25.20	0.39	0.42	7.44	8.47	48.73
177	68.79	76.33	64.97	75.95	10.67	18.48	16.79	25.20	0.36	0.42	6.27	8.47	48.77
178	59.91	60.80	52.06	53.35	1.48	2.40	6.90	7.89	0.30	0.31	3.69	3.95	48.83
179	73.67	74.11	72.07	72.72	15.72	16.18	22.23	22.73	0.40	0.40	7.70	7.83	48.93
180	58.14	59.91	49.48	52.06	-0.36	1.48	4.92	6.90	0.29	0.30	3.17	3.69	48.96
181	71.00	76.77	68.20	76.59	12.97	18.94	19.27	25.70	0.38	0.42	6.92	8.60	48.99
182	66.57	77.22	61.75	77.24	8.37	19.40	14.32	26.19	0.35	0.43	5.63	8.73	49.01
183	59.02	75.44	50.77	74.66	0.56	17.56	5.91	24.21	0.29	0.41	3.43	8.21	49.05
184	73.67	75.88	72.07	75.30	15.72	18.02	22.23	24.71	0.40	0.42	7.70	8.34	49.05
185	59.47	65.24	51.42	59.81	1.02	6.99	6.40	12.83	0.30	0.34	3.56	5.24	49.07
186	57.69	72.78	48.84	70.78	-0.82	14.81	4.42	21.24	0.28	0.39	3.04	7.44	49.10
187	69.67	76.77	66.26	76.59	11.59	18.94	17.78	25.70	0.37	0.42	6.53	8.60	49.15
188	65.68	77.22	60.45	77.24	7.45	19.40	13.33	26.19	0.34	0.43	5.37	8.73	49.17
189	67.90	76.33	63.68	75.95	9.75	18.48	15.80	25.20	0.36	0.42	6.02	8.47	49.18
190	72.33	76.33	70.14	75.95	14.35	18.48	20.75	25.20	0.39	0.42	7.31	8.47	49.23
191	59.47	60.80	51.42	53.35	1.02	2.40	6.40	7.89	0.30	0.31	3.56	3.95	49.26
192	70.56	76.77	67.56	76.59	12.51	18.94	18.77	25.70	0.38	0.42	6.79	8.60	49.36
193	66.12	77.22	61.10	77.24	7.91	19.40	13.82	26.19	0.35	0.43	5.50	8.73	49.40
194	70.12	76.77	66.91	76.59	12.05	18.94	18.28	25.70	0.37	0.42	6.66	8.60	49.45
195	59.02	75.00	50.77	74.01	0.56	17.10	5.91	23.72	0.29	0.41	3.43	8.09	49.50
196	68.34	76.33	64.33	75.95	10.21	18.48	16.30	25.20	0.36	0.42	6.14	8.47	49.53
197	60.80	78.10	53.35	78.53	2.40	20.32	7.89	27.18	0.31	0.43	3.95	8.99	49.54
198	60.80	77.66	53.35	77.88	2.40	19.86	7.89	26.69	0.31	0.43	3.95	8.86	49.54
199	60.80	78.55	53.35	79.17	2.40	20.78	7.89	27.68	0.31	0.44	3.95	9.12	49.54
200	58.58	75.44	50.13	74.66	0.10	17.56	5.41	24.21	0.29	0.41	3.30	8.21	49.58
201	67.01	76.77	62.39	76.59	8.83	18.94	14.81	25.70	0.35	0.42	5.76	8.60	49.62

Lampiran 3. Nilai GCV untuk Dua Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1 dan Knot2 pada Variabel												Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	
202	61.69	78.55	54.65	79.17	3.32	20.78	8.88	27.68	0.31	0.44	4.20	9.12	49.68
203	61.69	78.10	54.65	78.53	3.32	20.32	8.88	27.18	0.31	0.43	4.20	8.99	49.68
204	61.69	77.66	54.65	77.88	3.32	19.86	8.88	26.69	0.31	0.43	4.20	8.86	49.68
205	62.13	78.55	55.29	79.17	3.78	20.78	9.37	27.68	0.32	0.44	4.33	9.12	49.73
206	62.13	78.10	55.29	78.53	3.78	20.32	9.37	27.18	0.32	0.43	4.33	8.99	49.73
207	62.13	77.66	55.29	77.88	3.78	19.86	9.37	26.69	0.32	0.43	4.33	8.86	49.73
208	67.45	76.77	63.04	76.59	9.29	18.94	15.31	25.70	0.36	0.42	5.89	8.60	49.76
209	61.24	78.55	54.00	79.17	2.86	20.78	8.38	27.68	0.31	0.44	4.07	9.12	49.77
210	61.24	77.66	54.00	77.88	2.86	19.86	8.38	26.69	0.31	0.43	4.07	8.86	49.77
211	61.24	78.10	54.00	78.53	2.86	20.32	8.38	27.18	0.31	0.43	4.07	8.99	49.77
212	59.02	74.55	50.77	73.36	0.56	16.64	5.91	23.22	0.29	0.41	3.43	7.96	49.81
213	73.22	77.66	71.43	77.88	15.27	19.86	21.74	26.69	0.40	0.43	7.57	8.86	49.89
214	73.22	78.10	71.43	78.53	15.27	20.32	21.74	27.18	0.40	0.43	7.57	8.99	49.89
215	73.22	78.55	71.43	79.17	15.27	20.78	21.74	27.68	0.40	0.44	7.57	9.12	49.89
216	71.89	76.33	69.49	75.95	13.89	18.48	20.25	25.20	0.39	0.42	7.18	8.47	49.96
217	57.69	60.36	48.84	52.71	-0.82	1.94	4.42	7.39	0.28	0.30	3.04	3.82	49.96
218	58.58	75.00	50.13	74.01	0.10	17.10	5.41	23.72	0.29	0.41	3.30	8.09	50.01
219	57.69	72.33	48.84	70.14	-0.82	14.35	4.42	20.75	0.28	0.39	3.04	7.31	50.07
220	59.02	74.11	50.77	72.72	0.56	16.18	5.91	22.73	0.29	0.40	3.43	7.83	50.07
221	71.45	76.33	68.85	75.95	13.43	18.48	19.76	25.20	0.38	0.42	7.05	8.47	50.18
222	62.57	78.10	55.94	78.53	4.24	20.32	9.87	27.18	0.32	0.43	4.46	8.99	50.26
223	62.57	77.66	55.94	77.88	4.24	19.86	9.87	26.69	0.32	0.43	4.46	8.86	50.26
224	62.57	78.55	55.94	79.17	4.24	20.78	9.87	27.68	0.32	0.44	4.46	9.12	50.26
225	58.58	74.55	50.13	73.36	0.10	16.64	5.41	23.22	0.29	0.41	3.30	7.96	50.28
226	57.69	60.80	48.84	53.35	-0.82	2.40	4.42	7.89	0.28	0.31	3.04	3.95	50.48
227	58.58	74.11	50.13	72.72	0.10	16.18	5.41	22.73	0.29	0.40	3.30	7.83	50.54
228	66.57	76.77	61.75	76.59	8.37	18.94	14.32	25.70	0.35	0.42	5.63	8.60	50.55
229	71.00	76.33	68.20	75.95	12.97	18.48	19.27	25.20	0.38	0.42	6.92	8.47	50.56
230	57.69	61.69	48.84	54.65	-0.82	3.32	4.42	8.88	0.28	0.31	3.04	4.20	50.57
231	57.69	61.24	48.84	54.00	-0.82	2.86	4.42	8.38	0.28	0.31	3.04	4.07	50.60
232	57.69	62.13	48.84	55.29	-0.82	3.78	4.42	9.37	0.28	0.32	3.04	4.33	50.68
233	59.91	65.68	52.06	60.45	1.48	7.45	6.90	13.33	0.30	0.34	3.69	5.37	50.73
234	58.14	60.36	49.48	52.71	-0.36	1.94	4.92	7.39	0.29	0.30	3.17	3.82	50.74
235	58.58	73.67	50.13	72.07	0.10	15.72	5.41	22.23	0.29	0.40	3.30	7.70	50.76
236	59.02	61.24	50.77	54.00	0.56	2.86	5.91	8.38	0.29	0.31	3.43	4.07	50.88
237	69.67	76.33	66.26	75.95	11.59	18.48	17.78	25.20	0.37	0.42	6.53	8.47	50.89
238	57.69	71.89	48.84	69.49	-0.82	13.89	4.42	20.25	0.28	0.39	3.04	7.18	50.91
239	67.01	76.33	62.39	75.95	8.83	18.48	14.81	25.20	0.35	0.42	5.76	8.47	50.95
240	70.56	76.33	67.56	75.95	12.51	18.48	18.77	25.20	0.38	0.42	6.79	8.47	51.07
241	58.14	73.67	49.48	72.07	-0.36	15.72	4.92	22.23	0.29	0.40	3.17	7.70	51.12
242	67.45	76.33	63.04	75.95	9.29	18.48	15.31	25.20	0.36	0.42	5.89	8.47	51.17
243	57.69	62.57	48.84	55.94	-0.82	4.24	4.42	9.87	0.28	0.32	3.04	4.46	51.18
244	70.12	76.33	66.91	75.95	12.05	18.48	18.28	25.20	0.37	0.42	6.66	8.47	51.19
245	59.47	65.68	51.42	60.45	1.02	7.45	6.40	13.33	0.30	0.34	3.56	5.37	51.22
246	66.12	76.77	61.10	76.59	7.91	18.94	13.82	25.70	0.35	0.42	5.50	8.60	51.30
247	59.47	75.44	51.42	74.66	1.02	17.56	6.40	24.21	0.30	0.41	3.56	8.21	51.33
.
.
.
1128	67.45	68.79	63.04	64.97	9.29	10.67	15.31	16.79	0.36	0.36	5.89	6.27	98.67

Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot

No	Knot1, Knot2, dan Knot3 pada Variabel																		Nilai GCV
	X_1			X_2			X_3			X_4			X_5			X_6			
1	60.80	69.23	71.89	53.35	65.62	69.49	2.40	11.13	13.89	7.89	17.29	20.25	0.31	0.37	0.39	3.95	6.40	7.18	18.71
2	59.02	69.23	71.45	50.77	65.62	68.85	0.56	11.13	13.43	5.91	17.29	19.76	0.29	0.37	0.38	3.43	6.40	7.05	18.98
3	60.80	69.23	71.45	53.35	65.62	68.85	2.40	11.13	13.43	7.89	17.29	19.76	0.31	0.37	0.38	3.95	6.40	7.05	19.64
4	59.47	69.23	71.45	51.42	65.62	68.85	1.02	11.13	13.43	6.40	17.29	19.76	0.30	0.37	0.38	3.56	6.40	7.05	19.88
5	60.36	69.23	71.45	52.71	65.62	68.85	1.94	11.13	13.43	7.39	17.29	19.76	0.30	0.37	0.38	3.82	6.40	7.05	20.18
6	60.80	69.23	72.33	53.35	65.62	70.14	2.40	11.13	14.35	7.89	17.29	20.75	0.31	0.37	0.39	3.95	6.40	7.31	20.23
7	59.02	60.36	69.23	50.77	52.71	65.62	0.56	1.94	11.13	5.91	7.39	17.29	0.29	0.30	0.37	3.43	3.82	6.40	20.84
8	60.36	69.23	71.89	52.71	65.62	69.49	1.94	11.13	13.89	7.39	17.29	20.25	0.30	0.37	0.39	3.82	6.40	7.18	21.36
9	59.47	59.91	70.12	51.42	52.06	66.91	1.02	1.48	12.05	6.40	6.90	18.28	0.30	0.30	0.37	3.56	3.69	6.66	22.60
10	59.02	69.23	71.00	50.77	65.62	68.20	0.56	11.13	12.97	5.91	17.29	19.27	0.29	0.37	0.38	3.43	6.40	6.92	22.75
11	59.02	60.36	69.67	50.77	52.71	66.26	0.56	1.94	11.59	5.91	7.39	17.78	0.29	0.30	0.37	3.43	3.82	6.53	22.82
12	59.91	69.23	71.45	52.06	65.62	68.85	1.48	11.13	13.43	6.90	17.29	19.76	0.30	0.37	0.38	3.69	6.40	7.05	23.17
13	59.02	60.36	68.79	50.77	52.71	64.97	0.56	1.94	10.67	5.91	7.39	16.79	0.29	0.30	0.36	3.43	3.82	6.27	23.78
14	59.47	69.23	71.00	51.42	65.62	68.20	1.02	11.13	12.97	6.40	17.29	19.27	0.30	0.37	0.38	3.56	6.40	6.92	24.34
15	60.36	69.23	72.33	52.71	65.62	70.14	1.94	11.13	14.35	7.39	17.29	20.75	0.30	0.37	0.39	3.82	6.40	7.31	24.57
16	60.36	67.45	71.89	52.71	63.04	69.49	1.94	9.29	13.89	7.39	15.31	20.25	0.30	0.36	0.39	3.82	5.89	7.18	24.84
17	61.24	69.23	72.33	54.00	65.62	70.14	2.86	11.13	14.35	8.38	17.29	20.75	0.31	0.37	0.39	4.07	6.40	7.31	25.21
18	59.91	69.23	71.89	52.06	65.62	69.49	1.48	11.13	13.89	6.90	17.29	20.25	0.30	0.37	0.39	3.69	6.40	7.18	25.38
19	60.36	69.23	71.00	52.71	65.62	68.20	1.94	11.13	12.97	7.39	17.29	19.27	0.30	0.37	0.38	3.82	6.40	6.92	25.40
20	58.14	70.12	71.00	49.48	66.91	68.20	-0.36	12.05	12.97	4.92	18.28	19.27	0.29	0.37	0.38	3.17	6.66	6.92	25.41
21	61.24	69.23	71.89	54.00	65.62	69.49	2.86	11.13	13.89	8.38	17.29	20.25	0.31	0.37	0.39	4.07	6.40	7.18	25.48
22	60.36	67.45	71.45	52.71	63.04	68.85	1.94	9.29	13.43	7.39	15.31	19.76	0.30	0.36	0.38	3.82	5.89	7.05	25.80
23	59.47	59.91	69.67	51.42	52.06	66.26	1.02	1.48	11.59	6.40	6.90	17.78	0.30	0.30	0.37	3.56	3.69	6.53	26.03
24	61.24	69.23	72.78	54.00	65.62	70.78	2.86	11.13	14.81	8.38	17.29	21.24	0.31	0.37	0.39	4.07	6.40	7.44	26.73
25	59.02	60.36	68.34	50.77	52.71	64.33	0.56	1.94	10.21	5.91	7.39	16.30	0.29	0.30	0.36	3.43	3.82	6.14	26.82
26	59.02	60.36	70.12	50.77	52.71	66.91	0.56	1.94	12.05	5.91	7.39	18.28	0.29	0.30	0.37	3.43	3.82	6.66	26.88
27	61.24	69.23	71.45	54.00	65.62	68.85	2.86	11.13	13.43	8.38	17.29	19.76	0.31	0.37	0.38	4.07	6.40	7.05	27.42
28	58.14	70.12	71.45	49.48	66.91	68.85	-0.36	12.05	13.43	4.92	18.28	19.76	0.29	0.37	0.38	3.17	6.66	7.05	27.76
29	65.24	65.68	67.01	59.81	60.45	62.39	6.99	7.45	8.83	12.83	13.33	14.81	0.34	0.34	0.35	5.24	5.37	5.76	27.86
30	65.24	66.12	67.01	59.81	61.10	62.39	6.99	7.91	8.83	12.83	13.82	14.81	0.34	0.35	0.35	5.24	5.50	5.76	28.00
31	59.47	59.91	69.23	51.42	52.06	65.62	1.02	1.48	11.13	6.40	6.90	17.29	0.30	0.30	0.37	3.56	3.69	6.40	28.34
32	59.91	69.23	71.00	52.06	65.62	68.20	1.48	11.13	12.97	6.90	17.29	19.27	0.30	0.37	0.38	3.69	6.40	6.92	28.44
33	60.36	68.79	71.45	52.71	64.97	68.85	1.94	10.67	13.43	7.39	16.79	19.76	0.30	0.36	0.38	3.82	6.27	7.05	29.17
34	60.80	69.23	71.00	53.35	65.62	68.20	2.40	11.13	12.97	7.89	17.29	19.27	0.31	0.37	0.38	3.95	6.40	6.92	29.17
35	59.02	60.36	67.90	50.77	52.71	63.68	0.56	1.94	9.75	5.91	7.39	15.80	0.29	0.30	0.36	3.43	3.82	6.02	29.22
36	58.14	70.56	71.45	49.48	67.56	68.85	-0.36	12.51	13.43	4.92	18.77	19.76	0.29	0.38	0.38	3.17	6.79	7.05	29.92
37	60.36	68.79	71.89	52.71	64.97	69.49	1.94	10.67	13.89	7.39	16.79	20.25	0.30	0.36	0.39	3.82	6.27	7.18	30.21
38	58.14	70.12	71.89	49.48	66.91	69.49	-0.36	12.05	13.89	4.92	18.28	20.25	0.29	0.37	0.39	3.17	6.66	7.18	30.35
39	59.47	68.79	71.45	51.42	64.97	68.85	1.02	10.67	13.43	6.40	16.79	19.76	0.30	0.36	0.38	3.56	6.27	7.05	30.51
40	59.91	67.45	71.45	52.06	63.04	68.85	1.48	9.29	13.43	6.90	15.31	19.76	0.30	0.36	0.38	3.69	5.89	7.05	30.95
41	59.91	67.45	71.89	52.06	63.04	69.49	1.48	9.29	13.89	6.90	15.31	20.25	0.30	0.36	0.39	3.69	5.89	7.18	31.09
42	60.80	68.79	71.89	53.35	64.97	69.49	2.40	10.67	13.89	7.89	16.79	20.25	0.31	0.36	0.39	3.95	6.27	7.18	31.48
43	58.14	70.12	72.33	49.48	66.91	70.14	-0.36	12.05	14.35	4.92	18.28	20.75	0.29	0.37	0.39	3.17	6.66	7.31	31.67
44	59.47	67.45	71.45	51.42	63.04	68.85	1.02	9.29	13.43	6.40	15.31	19.76	0.30	0.36	0.38	3.56	5.89	7.05	31.74
45	60.36	67.90	71.89	52.71	63.68	69.49	1.94	9.75	13.89	7.39	15.80	20.25	0.30	0.36	0.39	3.82	6.02	7.18	32.01
46	59.02	66.12	66.57	50.77	61.10	61.75	0.56	7.91	8.37	5.91	13.82	14.32	0.29	0.35	0.35	3.43	5.50	5.63	32.12
47	60.36	67.90	72.33	52.71	63.68	70.14	1.94	9.75	14.35	7.39	15.80	20.75	0.30	0.36	0.39	3.82	6.02	7.31	32.13
48	65.24	66.57	67.01	59.81	61.75	62.39	6.99	8.37	8.83	12.83	14.32	14.81	0.34	0.35	0.35	5.24	5.63	5.76	32.14
49	60.80	68.79	71.45	53.35	64.97	68.85	2.40	10.67	13.43	7.89	16.79	19.76	0.31	0.36	0.38	3.95	6.27	7.05	32.14
50	60.80	68.79	72.33	53.35	64.97	70.14	2.40	10.67	14.35	7.89	16.79	20.75	0.31	0.36	0.39	3.95	6.27	7.31	32.25
51	59.02	60.36	67.45	50.77	52.71	63.04	0.56	1.94	9.29	5.91	7.39	15.31	0.29	0.30	0.36	3.43	3.82	5.89	32.46
52	60.36	67.01	71.45	52.71	62.39	68.85	1.94	8.83	13.43	7.39	14.81	19.76	0.30	0.35	0.38	3.82	5.76	7.05	32.66
53	60.36	67.01	71.89	52.71	62.39	69.49	1.94	8.83	13.89	7.39	14.81	20.25	0.30	0.35	0.39	3.82	5.76	7.18	32.71

Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1, Knot2, dan Knot3 pada Variabel																		Nilai GCV
	X_1			X_2			X_3			X_4			X_5			X_6			
54	59.47	59.91	68.79	51.42	52.06	64.97	1.02	1.48	10.67	6.40	6.90	16.79	0.30	0.30	0.36	3.56	3.69	6.27	32.85
55	60.36	68.79	72.33	52.71	64.97	70.14	1.94	10.67	14.35	7.39	16.79	20.75	0.30	0.36	0.39	3.82	6.27	7.31	32.95
56	58.14	70.56	71.89	49.48	67.56	69.49	-0.36	12.51	13.89	4.92	18.77	20.25	0.29	0.38	0.39	3.17	6.79	7.18	33.14
57	58.58	61.69	70.56	50.13	54.65	67.56	0.10	3.32	12.51	5.41	8.88	18.77	0.29	0.31	0.38	3.30	4.20	6.79	33.16
58	58.58	69.67	78.55	50.13	66.26	79.17	0.10	11.59	20.78	5.41	17.78	27.68	0.29	0.37	0.44	3.30	6.53	9.12	33.16
59	58.58	69.67	78.10	50.13	66.26	78.53	0.10	11.59	20.32	5.41	17.78	27.18	0.29	0.37	0.43	3.30	6.53	8.99	33.16
60	58.58	69.67	77.66	50.13	66.26	77.88	0.10	11.59	19.86	5.41	17.78	26.69	0.29	0.37	0.43	3.30	6.53	8.86	33.16
61	58.14	70.56	71.00	49.48	67.56	68.20	-0.36	12.51	12.97	4.92	18.77	19.27	0.29	0.38	0.38	3.17	6.79	6.92	33.26
62	60.36	67.90	71.45	52.71	63.68	68.85	1.94	9.75	13.43	7.39	15.80	19.76	0.30	0.36	0.38	3.82	6.02	7.05	33.29
63	58.58	66.12	66.57	50.13	61.10	61.75	0.10	7.91	8.37	5.41	13.82	14.32	0.29	0.35	0.35	3.30	5.50	5.63	33.32
64	59.02	60.36	70.56	50.77	52.71	67.56	0.56	1.94	12.51	5.91	7.39	18.77	0.29	0.30	0.38	3.43	3.82	6.79	33.37
65	63.91	64.79	67.01	57.87	59.16	62.39	5.61	6.53	8.83	11.35	12.34	14.81	0.33	0.34	0.35	4.85	5.11	5.76	33.40
66	58.58	70.12	78.55	50.13	66.91	79.17	0.10	12.05	20.78	5.41	18.28	27.68	0.29	0.37	0.44	3.30	6.66	9.12	33.49
67	58.58	70.12	78.10	50.13	66.91	78.53	0.10	12.05	20.32	5.41	18.28	27.18	0.29	0.37	0.43	3.30	6.66	8.99	33.49
68	58.58	70.12	77.66	50.13	66.91	77.88	0.10	12.05	19.86	5.41	18.28	26.69	0.29	0.37	0.43	3.30	6.66	8.86	33.49
69	59.02	65.68	70.12	50.77	60.45	66.91	0.56	7.45	12.05	5.91	13.33	18.28	0.29	0.34	0.37	3.43	5.37	6.66	33.62
70	58.14	69.67	71.45	49.48	66.26	68.85	-0.36	11.59	13.43	4.92	17.78	19.76	0.29	0.37	0.38	3.17	6.53	7.05	33.79
71	59.91	68.79	71.45	52.06	64.97	68.85	1.48	10.67	13.43	6.90	16.79	19.76	0.30	0.36	0.38	3.69	6.27	7.05	33.81
72	60.36	68.34	71.89	52.71	64.33	69.49	1.94	10.21	13.89	7.39	16.30	20.25	0.30	0.36	0.39	3.82	6.14	7.18	33.90
73	58.14	70.12	72.78	49.48	66.91	70.78	-0.36	12.05	14.81	4.92	18.28	21.24	0.29	0.37	0.39	3.17	6.66	7.44	33.98
74	59.02	60.36	67.01	50.77	52.71	62.39	0.56	1.94	8.83	5.91	7.39	14.81	0.29	0.30	0.35	3.43	3.82	5.76	34.00
75	59.91	67.01	71.45	52.06	62.39	68.85	1.48	8.83	13.43	6.90	14.81	19.76	0.30	0.35	0.38	3.69	5.76	7.05	34.02
76	58.58	63.91	77.22	50.13	57.87	77.24	0.10	5.61	19.40	5.41	11.35	26.19	0.29	0.33	0.43	3.30	4.85	8.73	34.09
77	59.91	67.01	71.89	52.06	62.39	69.49	1.48	8.83	13.89	6.90	14.81	20.25	0.30	0.35	0.39	3.69	5.76	7.18	34.13
78	58.58	64.35	77.22	50.13	58.52	77.24	0.10	6.07	19.40	5.41	11.85	26.19	0.29	0.33	0.43	3.30	4.98	8.73	34.23
79	59.47	67.01	71.45	51.42	62.39	68.85	1.02	8.83	13.43	6.40	14.81	19.76	0.30	0.35	0.38	3.56	5.76	7.05	34.27
80	77.22	77.66	78.10	77.24	77.88	78.53	19.40	19.86	20.32	26.19	26.69	27.18	0.43	0.43	0.43	8.73	8.86	8.99	34.39
81	77.22	78.10	78.55	77.24	78.53	79.17	19.40	20.32	20.78	26.19	27.18	27.68	0.43	0.43	0.44	8.73	8.99	9.12	34.39
82	77.22	77.66	78.55	77.24	77.88	79.17	19.40	19.86	20.78	26.19	26.69	27.68	0.43	0.43	0.44	8.73	8.86	9.12	34.39
83	77.66	78.10	78.55	77.88	78.53	79.17	19.86	20.32	20.78	26.69	27.18	27.68	0.43	0.43	0.44	8.86	8.99	9.12	34.50
84	58.14	69.67	71.89	49.48	66.26	69.49	-0.36	11.59	13.89	4.92	17.78	20.25	0.29	0.37	0.39	3.17	6.53	7.18	34.53
85	58.14	70.56	72.33	49.48	67.56	70.14	-0.36	12.51	14.35	4.92	18.77	20.75	0.29	0.38	0.39	3.17	6.79	7.31	34.53
86	60.36	68.34	71.45	52.71	64.33	68.85	1.94	10.21	13.43	7.39	16.30	19.76	0.30	0.36	0.38	3.82	6.14	7.05	34.55
87	59.02	66.57	67.01	50.77	61.75	62.39	0.56	8.37	8.83	5.91	14.32	14.81	0.29	0.35	0.35	3.43	5.63	5.76	34.57
88	76.33	76.77	77.66	75.95	76.59	77.88	18.48	18.94	19.86	25.20	25.70	26.69	0.42	0.42	0.43	8.47	8.60	8.86	34.58
89	76.33	76.77	78.55	75.95	76.59	79.17	18.48	18.94	20.78	25.20	25.70	27.68	0.42	0.42	0.44	8.47	8.60	9.12	34.58
90	76.33	77.22	77.66	75.95	77.24	77.88	18.48	19.40	19.86	25.20	26.19	26.69	0.42	0.43	0.43	8.47	8.73	8.86	34.58
91	76.33	77.22	78.55	75.95	77.24	79.17	18.48	19.40	20.78	25.20	26.19	27.68	0.42	0.43	0.44	8.47	8.73	9.12	34.58
92	76.77	77.22	78.55	76.59	77.24	79.17	18.94	19.40	20.78	25.70	26.19	27.68	0.42	0.43	0.44	8.60	8.73	9.12	34.58
93	76.77	77.22	78.10	76.59	77.24	78.53	18.94	19.40	20.32	25.70	26.19	27.18	0.42	0.43	0.43	8.60	8.73	8.99	34.58
94	76.77	77.22	77.66	76.59	77.24	77.88	18.94	19.40	19.86	25.70	26.19	26.69	0.42	0.43	0.43	8.60	8.73	8.86	34.58
95	76.33	76.77	77.22	75.95	76.59	77.24	18.48	18.94	19.40	25.20	25.70	26.19	0.42	0.42	0.43	8.47	8.60	8.73	34.58
96	76.33	77.22	78.10	75.95	77.24	78.53	18.48	19.40	20.32	25.20	26.19	27.18	0.42	0.43	0.43	8.47	8.73	8.99	34.58
97	76.33	76.77	78.10	75.95	76.59	78.53	18.48	18.94	20.32	25.20	25.70	27.18	0.42	0.42	0.43	8.47	8.60	8.99	34.58
98	60.36	68.34	72.33	52.71	64.33	70.14	1.94	10.21	14.35	7.39	16.30	20.75	0.30	0.36	0.39	3.82	6.14	7.31	34.86
99	58.58	70.56	78.10	50.13	67.56	78.53	0.10	12.51	20.32	5.41	18.77	27.18	0.29	0.38	0.43	3.30	6.79	8.99	34.89
100	58.58	70.56	77.66	50.13	67.56	77.88	0.10	12.51	19.86	5.41	18.77	26.69	0.29	0.38	0.43	3.30	6.79	8.86	34.89
101	59.47	59.91	67.01	51.42	52.06	62.39	1.02	1.48	8.83	6.40	6.90	14.81	0.30	0.30	0.35	3.56	3.69	5.76	34.97
102	57.69	76.33	76.77	48.84	75.95	76.59	-0.82	18.48	18.94	4.42	25.20	25.70	0.28	0.42	0.42	3.04	8.47	8.60	35.00
103	58.58	64.79	77.22	50.13	59.16	77.24	0.10	6.53	19.40	5.41	12.34	26.19	0.29	0.34	0.43	3.30	5.11	8.73	35.05
104	67.01	67.45	77.22	62.39	63.04	77.24	8.83	9.29	19.40	14.81	15.31	26.19	0.35	0.36	0.43	5.76	5.89	8.73	35.09
105	58.14	62.13	77.22	49.48	55.29	77.24	-0.36	3.78	19.40	4.92	9.37	26.19	0.29	0.32	0.43	3.17	4.33	8.73	35.16

Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1, Knot2, dan Knot3 pada Variabel																		Nilai GCV
	X_1		X_2		X_3		X_4		X_5		X_6								
106	59.02	65.24	69.67	50.77	59.81	66.26	0.56	6.99	11.59	5.91	12.83	17.78	0.29	0.34	0.37	3.43	5.24	6.53	35.16
107	58.14	69.67	72.33	49.48	66.26	70.14	-0.36	11.59	14.35	4.92	17.78	20.75	0.29	0.37	0.39	3.17	6.53	7.31	35.39
108	61.69	69.23	72.78	54.65	65.62	70.78	3.32	11.13	14.81	8.88	17.29	21.24	0.31	0.37	0.39	4.20	6.40	7.44	35.42
109	57.69	76.33	77.22	48.84	75.95	77.24	-0.82	18.48	19.40	4.42	25.20	26.19	0.28	0.42	0.43	3.04	8.47	8.73	35.48
110	58.58	63.46	77.22	50.13	57.23	77.24	0.10	5.15	19.40	5.41	10.86	26.19	0.29	0.33	0.43	3.30	4.72	8.73	35.59
111	59.02	67.01	71.45	50.77	62.39	68.85	0.56	8.83	13.43	5.91	14.81	19.76	0.29	0.35	0.38	3.43	5.76	7.05	35.65
112	58.58	61.69	70.12	50.13	54.65	66.91	0.10	3.32	12.05	5.41	8.88	18.28	0.29	0.31	0.37	3.30	4.20	6.66	35.69
113	57.69	76.77	77.22	48.84	76.59	77.24	-0.82	18.94	19.40	4.42	25.70	26.19	0.28	0.42	0.43	3.04	8.60	8.73	35.70
114	59.91	68.79	71.89	52.06	64.97	69.49	1.48	10.67	13.89	6.90	16.79	20.25	0.30	0.36	0.39	3.69	6.27	7.18	35.71
115	61.69	69.23	72.33	54.65	65.62	70.14	3.32	11.13	14.35	8.88	17.29	20.75	0.31	0.37	0.39	4.20	6.40	7.31	35.72
116	66.12	66.57	72.78	61.10	61.75	70.78	7.91	8.37	14.81	13.82	14.32	21.24	0.35	0.35	0.39	5.50	5.63	7.44	35.79
117	60.36	63.46	77.22	52.71	57.23	77.24	1.94	5.15	19.40	7.39	10.86	26.19	0.30	0.33	0.43	3.82	4.72	8.73	35.87
118	59.02	63.46	77.22	50.77	57.23	77.24	0.56	5.15	19.40	5.91	10.86	26.19	0.29	0.33	0.43	3.43	4.72	8.73	35.88
119	59.47	60.36	77.22	51.42	52.71	77.24	1.02	1.94	19.40	6.40	7.39	26.19	0.30	0.30	0.43	3.56	3.82	8.73	35.89
120	58.58	63.91	76.77	50.13	57.87	76.59	0.10	5.61	18.94	5.41	11.35	25.70	0.29	0.33	0.42	3.30	4.85	8.60	35.91
121	59.02	63.91	77.22	50.77	57.87	77.24	0.56	5.61	19.40	5.91	11.35	26.19	0.29	0.33	0.43	3.43	4.85	8.73	35.95
122	57.69	77.22	77.66	48.84	77.24	77.88	-0.82	19.40	19.86	4.42	26.19	26.69	0.28	0.43	0.43	3.04	8.73	8.86	35.95
123	57.69	77.22	78.10	48.84	77.24	78.53	-0.82	19.40	20.32	4.42	26.19	27.18	0.28	0.43	0.43	3.04	8.73	8.99	35.95
124	57.69	77.22	78.55	48.84	77.24	79.17	-0.82	19.40	20.78	4.42	26.19	27.68	0.28	0.43	0.44	3.04	8.73	9.12	35.95
125	58.58	64.35	76.77	50.13	58.52	76.59	0.10	6.07	18.94	5.41	11.85	25.70	0.29	0.33	0.42	3.30	4.98	8.60	36.05
126	59.02	64.35	77.22	50.77	58.52	77.24	0.56	6.07	19.40	5.91	11.85	26.19	0.29	0.33	0.43	3.43	4.98	8.73	36.09
127	62.13	65.68	78.55	55.29	60.45	79.17	3.78	7.45	20.78	9.37	13.33	27.68	0.32	0.34	0.44	4.33	5.37	9.12	36.10
128	62.13	65.68	78.10	55.29	60.45	78.53	3.78	7.45	20.32	9.37	13.33	27.18	0.32	0.34	0.43	4.33	5.37	8.99	36.10
129	62.13	65.68	77.66	55.29	60.45	77.88	3.78	7.45	19.86	9.37	13.33	26.69	0.32	0.34	0.43	4.33	5.37	8.86	36.10
130	66.12	66.57	72.33	61.10	61.75	70.14	7.91	8.37	14.35	13.82	14.32	20.75	0.35	0.35	0.39	5.50	5.63	7.31	36.15
131	58.58	65.24	77.22	50.13	59.81	77.24	0.10	6.99	19.40	5.41	12.83	26.19	0.29	0.34	0.43	3.30	5.24	8.73	36.23
132	57.69	77.66	78.55	48.84	77.88	79.17	-0.82	19.86	20.78	4.42	26.69	27.68	0.28	0.43	0.44	3.04	8.86	9.12	36.31
133	57.69	77.66	78.10	48.84	77.88	78.53	-0.82	19.86	20.32	4.42	26.69	27.18	0.28	0.43	0.43	3.04	8.86	8.99	36.31
134	57.69	78.10	78.55	48.84	78.53	79.17	-0.82	20.32	20.78	4.42	27.18	27.68	0.28	0.43	0.44	3.04	8.99	9.12	36.31
135	58.14	69.67	71.00	49.48	66.26	68.20	-0.36	11.59	12.97	4.92	17.78	19.27	0.29	0.37	0.38	3.17	6.53	6.92	36.32
136	58.58	70.56	71.00	50.13	67.56	68.20	0.10	12.51	12.97	5.41	18.77	19.27	0.29	0.38	0.38	3.30	6.79	6.92	36.35
137	59.47	64.35	77.22	51.42	58.52	77.24	1.02	6.07	19.40	6.40	11.85	26.19	0.30	0.33	0.43	3.56	4.98	8.73	36.36
138	58.58	61.24	70.56	50.13	54.00	67.56	0.10	2.86	12.51	5.41	8.38	18.77	0.29	0.31	0.38	3.30	4.07	6.79	36.51
139	61.69	65.68	78.55	54.65	60.45	79.17	3.32	7.45	20.78	8.88	13.33	27.68	0.31	0.34	0.44	4.20	5.37	9.12	36.58
140	61.69	65.68	78.10	54.65	60.45	78.53	3.32	7.45	20.32	8.88	13.33	27.18	0.31	0.34	0.43	4.20	5.37	8.99	36.58
141	61.69	65.68	77.66	54.65	60.45	77.88	3.32	7.45	19.86	8.88	13.33	26.69	0.31	0.34	0.43	4.20	5.37	8.86	36.58
142	59.47	63.46	77.22	51.42	57.23	77.24	1.02	5.15	19.40	6.40	10.86	26.19	0.30	0.33	0.43	3.56	4.72	8.73	36.75
143	58.58	64.79	76.77	50.13	59.16	76.59	0.10	6.53	18.94	5.41	12.34	25.70	0.29	0.34	0.42	3.30	5.11	8.60	36.76
144	61.69	69.23	71.89	54.65	65.62	69.49	3.32	11.13	13.89	8.88	17.29	20.25	0.31	0.37	0.39	4.20	6.40	7.18	36.78
145	66.12	66.57	71.89	61.10	61.75	69.49	7.91	8.37	13.89	13.82	14.32	20.25	0.35	0.35	0.39	5.50	5.63	7.18	36.81
146	59.02	64.79	77.22	50.77	59.16	77.24	0.56	6.53	19.40	5.91	12.34	26.19	0.29	0.34	0.43	3.43	5.11	8.73	36.88
147	76.77	77.66	78.55	76.59	77.88	79.17	18.94	19.86	20.78	25.70	26.69	27.68	0.42	0.43	0.44	8.60	8.86	9.12	36.94
148	76.77	78.10	78.55	76.59	78.53	79.17	18.94	20.32	20.78	25.70	27.18	27.68	0.42	0.43	0.44	8.60	8.99	9.12	36.94
149	76.77	77.66	78.10	76.59	77.88	78.53	18.94	19.86	20.32	25.70	26.69	27.18	0.42	0.43	0.43	8.60	8.86	8.99	36.94
150	58.14	69.67	72.78	49.48	66.26	70.78	-0.36	11.59	14.81	4.92	17.78	21.24	0.29	0.37	0.39	3.17	6.53	7.44	37.12
151	58.14	61.69	77.22	49.48	54.65	77.24	-0.36	3.32	19.40	4.92	8.88	26.19	0.29	0.31	0.43	3.17	4.20	8.73	37.13
152	59.47	67.90	71.45	51.42	63.68	68.85	1.02	9.75	13.43	6.40	15.80	19.76	0.30	0.36	0.38	3.56	6.02	7.05	37.26
153	59.47	59.91	68.34	51.42	52.06	64.33	1.02	1.48	10.21	6.40	6.90	16.30	0.30	0.30	0.36	3.56	3.69	6.14	37.31
154	58.14	62.57	77.22	49.48	55.94	77.24	-0.36	4.24	19.40	4.92	9.87	26.19	0.29	0.32	0.43	3.17	4.46	8.73	37.32
155	61.69	69.23	71.45	54.65	65.62	68.85	3.32	11.13	13.43	8.88	17.29	19.76	0.31	0.37	0.38	4.20	6.40	7.05	37.33
156	58.58	61.24	70.12	50.13	54.00	66.91	0.10	2.86	12.05	5.41	8.38	18.28	0.29	0.31	0.37	3.30	4.07	6.66	37.47
157	58.14	76.33	76.77	49.48	75.95	76.59	-0.36	18.48	18.94	4.92	25.20	25.70	0.29	0.42	0.42	3.17	8.47	8.60	37.50

Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1, Knot2, dan Knot3 pada Variabel																		Nilai GCV
	X_1			X_2			X_3			X_4			X_5			X_6			
158	66.12	66.57	71.45	61.10	61.75	68.85	7.91	8.37	13.43	13.82	14.32	19.76	0.35	0.35	0.38	5.50	5.63	7.05	37.53
159	58.58	70.12	77.22	50.13	66.91	77.24	0.10	12.05	19.40	5.41	18.28	26.19	0.29	0.37	0.43	3.30	6.66	8.73	37.54
160	76.33	78.10	78.55	75.95	78.53	79.17	18.48	20.32	20.78	25.20	27.18	27.68	0.42	0.43	0.44	8.47	8.99	9.12	37.54
161	76.33	77.66	78.10	75.95	77.88	78.53	18.48	19.86	20.32	25.20	26.69	27.18	0.42	0.43	0.43	8.47	8.86	8.99	37.54
162	76.33	77.66	78.55	75.95	77.88	79.17	18.48	19.86	20.78	25.20	26.69	27.68	0.42	0.43	0.44	8.47	8.86	9.12	37.54
163	58.58	63.46	76.77	50.13	57.23	76.59	0.10	5.15	18.94	5.41	10.86	25.70	0.29	0.33	0.42	3.30	4.72	8.60	37.56
164	59.02	60.36	77.22	50.77	52.71	77.24	0.56	1.94	19.40	5.91	7.39	26.19	0.29	0.30	0.43	3.43	3.82	8.73	37.57
165	59.02	63.91	76.77	50.77	57.87	76.59	0.56	5.61	18.94	5.91	11.35	25.70	0.29	0.33	0.42	3.43	4.85	8.60	37.59
166	58.58	65.24	76.77	50.13	59.81	76.59	0.10	6.99	18.94	5.41	12.83	25.70	0.29	0.34	0.42	3.30	5.24	8.60	37.62
167	58.14	71.00	71.89	49.48	68.20	69.49	-0.36	12.97	13.89	4.92	19.27	20.25	0.29	0.38	0.39	3.17	6.92	7.18	37.64
168	59.02	64.35	76.77	50.77	58.52	76.59	0.56	6.07	18.94	5.91	11.85	25.70	0.29	0.33	0.42	3.43	4.98	8.60	37.75
169	59.02	63.46	76.77	50.77	57.23	76.59	0.56	5.15	18.94	5.91	10.86	25.70	0.29	0.33	0.42	3.43	4.72	8.60	37.82
170	58.14	70.56	72.78	49.48	67.56	70.78	-0.36	12.51	14.81	4.92	18.77	21.24	0.29	0.38	0.39	3.17	6.79	7.44	37.82
171	59.47	64.79	77.22	51.42	59.16	77.24	1.02	6.53	19.40	6.40	12.34	26.19	0.30	0.34	0.43	3.56	5.11	8.73	37.86
172	59.47	68.34	71.45	51.42	64.33	68.85	1.02	10.21	13.43	6.40	16.30	19.76	0.30	0.36	0.38	3.56	6.14	7.05	37.92
173	58.58	65.68	77.22	50.13	60.45	77.24	0.10	7.45	19.40	5.41	13.33	26.19	0.29	0.34	0.43	3.30	5.37	8.73	37.93
174	67.01	67.45	76.77	62.39	63.04	76.59	8.83	9.29	18.94	14.81	15.31	25.70	0.35	0.36	0.42	5.76	5.89	8.60	37.96
175	59.02	65.24	77.22	50.77	59.81	77.24	0.56	6.99	19.40	5.91	12.83	26.19	0.29	0.34	0.43	3.43	5.24	8.73	37.97
176	75.88	76.33	78.55	75.30	75.95	79.17	18.02	18.48	20.78	24.71	25.20	27.68	0.42	0.42	0.44	8.34	8.47	9.12	37.99
177	75.88	76.33	77.66	75.30	75.95	77.88	18.02	18.48	19.86	24.71	25.20	26.69	0.42	0.42	0.43	8.34	8.47	8.86	37.99
178	75.88	76.77	78.10	75.30	76.59	78.53	18.02	18.94	20.32	24.71	25.70	27.18	0.42	0.42	0.43	8.34	8.60	8.99	37.99
179	75.88	76.77	77.22	75.30	76.59	77.24	18.02	18.94	19.40	24.71	25.70	26.19	0.42	0.42	0.43	8.34	8.60	8.73	37.99
180	75.88	77.22	78.10	75.30	77.24	78.53	18.02	19.40	20.32	24.71	26.19	27.18	0.42	0.43	0.43	8.34	8.73	8.99	37.99
181	75.88	76.33	78.10	75.30	75.95	78.53	18.02	18.48	20.32	24.71	25.20	27.18	0.42	0.42	0.43	8.34	8.47	8.99	37.99
182	75.88	76.77	77.66	75.30	76.59	77.88	18.02	18.94	19.86	24.71	25.70	26.69	0.42	0.42	0.43	8.34	8.60	8.86	37.99
183	75.88	76.77	78.55	75.30	76.59	79.17	18.02	18.94	20.78	24.71	25.70	27.68	0.42	0.42	0.44	8.34	8.60	9.12	37.99
184	75.88	77.22	77.66	75.30	77.24	77.88	18.02	19.40	19.86	24.71	26.19	26.69	0.42	0.43	0.43	8.34	8.73	8.86	37.99
185	75.88	76.33	77.22	75.30	75.95	77.24	18.02	18.48	19.40	24.71	25.20	26.19	0.42	0.42	0.43	8.34	8.47	8.73	37.99
186	75.88	77.22	78.55	75.30	77.24	79.17	18.02	19.40	20.78	24.71	26.19	27.68	0.42	0.43	0.44	8.34	8.73	9.12	37.99
187	75.88	76.33	76.77	75.30	75.95	76.59	18.02	18.48	18.94	24.71	25.20	25.70	0.42	0.42	0.42	8.34	8.47	8.60	37.99
188	75.44	77.22	78.10	74.66	77.24	78.53	17.56	19.40	20.32	24.21	26.19	27.18	0.41	0.43	0.43	8.21	8.73	8.99	38.04
189	75.44	77.22	77.66	74.66	77.24	77.88	17.56	19.40	19.86	24.21	26.19	26.69	0.41	0.43	0.43	8.21	8.73	8.86	38.04
190	75.44	77.22	78.55	74.66	77.24	79.17	17.56	19.40	20.78	24.21	26.19	27.68	0.41	0.43	0.44	8.21	8.73	9.12	38.04
191	58.58	60.36	67.01	50.13	52.71	62.39	0.10	1.94	8.83	5.41	7.39	14.81	0.29	0.30	0.35	3.30	3.82	5.76	38.05
192	61.69	76.33	76.77	54.65	75.95	76.59	3.32	18.48	18.94	8.88	25.20	25.70	0.31	0.42	0.42	4.20	8.47	8.60	38.05
193	58.14	76.33	77.22	49.48	75.95	77.24	-0.36	18.48	19.40	4.92	25.20	26.19	0.29	0.42	0.43	3.17	8.47	8.73	38.06
194	58.58	69.67	77.22	50.13	66.26	77.24	0.10	11.59	19.40	5.41	17.78	26.19	0.29	0.37	0.43	3.30	6.53	8.73	38.07
195	61.69	75.88	76.77	54.65	75.30	76.59	3.32	18.02	18.94	8.88	24.71	25.70	0.31	0.42	0.42	4.20	8.34	8.60	38.08
196	61.69	75.88	76.33	54.65	75.30	75.95	3.32	18.02	18.48	8.88	24.71	25.20	0.31	0.42	0.42	4.20	8.34	8.47	38.08
197	58.58	63.91	76.33	50.13	57.87	75.95	0.10	5.61	18.48	5.41	11.35	25.20	0.29	0.33	0.42	3.30	4.85	8.47	38.13
198	58.58	62.13	70.56	50.13	55.29	67.56	0.10	3.78	12.51	5.41	9.37	18.77	0.29	0.32	0.38	3.30	4.33	6.79	38.15
199	57.69	76.77	77.66	48.84	76.59	77.88	-0.82	18.94	19.86	4.42	25.70	26.69	0.28	0.42	0.43	3.04	8.60	8.86	38.17
200	57.69	76.77	78.10	48.84	76.59	78.53	-0.82	18.94	20.32	4.42	25.70	27.18	0.28	0.42	0.43	3.04	8.60	8.99	38.17
201	57.69	76.77	78.55	48.84	76.59	79.17	-0.82	18.94	20.78	4.42	25.70	27.68	0.28	0.42	0.44	3.04	8.60	9.12	38.17
202	59.47	60.36	76.77	51.42	52.71	76.59	1.02	1.94	18.94	6.40	7.39	25.70	0.30	0.30	0.42	3.56	3.82	8.60	38.20
203	58.58	70.12	76.77	50.13	66.91	76.59	0.10	12.05	18.94	5.41	18.28	25.70	0.29	0.37	0.42	3.30	6.66	8.60	38.22
204	61.24	69.23	71.00	54.00	65.62	68.20	2.86	11.13	12.97	8.38	17.29	19.27	0.31	0.37	0.38	4.07	6.40	6.92	38.22
205	59.02	67.90	71.45	50.77	63.68	68.85	0.56	9.75	13.43	5.91	15.80	19.76	0.29	0.36	0.38	3.43	6.02	7.05	38.24
206	75.44	76.77	78.55	74.66	76.59	79.17	17.56	18.94	20.78	24.21	25.70	27.68	0.41	0.42	0.44	8.21	8.60	9.12	38.24
207	75.44	76.77	77.66	74.66	76.59	77.88	17.56	18.94	19.86	24.21	25.70	26.69	0.41	0.42	0.43	8.21	8.60	8.86	38.24
208	75.44	76.77	78.10	74.66	76.59	78.53	17.56	18.94	20.32	24.21	25.70	27.18	0.41	0.42	0.43	8.21	8.60	8.99	38.24
209	59.47	76.33	76.77	51.42	75.95	76.59	1.02	18.48	18.94	6.40	25.20	25.70	0.30	0.42	0.42	3.56	8.47	8.60	38.26

Lampiran 4. Nilai GCV untuk Tiga Titik Knot (lanjutan)

No	Knot1, Knot2, dan Knot3 pada Variabel																		Nilai GCV
	X_1		X_2		X_3		X_4		X_5		X_6								
210	59.02	66.12	67.01	50.77	61.10	62.39	0.56	7.91	8.83	5.91	13.82	14.81	0.29	0.35	0.35	3.43	5.50	5.76	38.30
211	58.58	64.35	76.33	50.13	58.52	75.95	0.10	6.07	18.48	5.41	11.85	25.20	0.29	0.33	0.42	3.30	4.98	8.47	38.32
212	58.14	76.77	77.22	49.48	76.59	77.24	-0.36	18.94	19.40	4.92	25.70	26.19	0.29	0.42	0.43	3.17	8.60	8.73	38.33
213	62.13	65.24	78.10	55.29	59.81	78.53	3.78	6.99	20.32	9.37	12.83	27.18	0.32	0.34	0.43	4.33	5.24	8.99	38.33
214	62.13	65.24	77.66	55.29	59.81	77.88	3.78	6.99	19.86	9.37	12.83	26.69	0.32	0.34	0.43	4.33	5.24	8.86	38.33
215	62.13	65.24	78.55	55.29	59.81	79.17	3.78	6.99	20.78	9.37	12.83	27.68	0.32	0.34	0.44	4.33	5.24	9.12	38.33
216	75.00	77.22	78.55	74.01	77.24	79.17	17.10	19.40	20.78	23.72	26.19	27.68	0.41	0.43	0.44	8.09	8.73	9.12	38.41
217	75.00	77.22	77.66	74.01	77.24	77.88	17.10	19.40	19.86	23.72	26.19	26.69	0.41	0.43	0.43	8.09	8.73	8.86	38.41
218	75.00	77.22	78.10	74.01	77.24	78.53	17.10	19.40	20.32	23.72	26.19	27.18	0.41	0.43	0.43	8.09	8.73	8.99	38.41
219	57.69	76.33	77.66	48.84	75.95	77.88	-0.82	18.48	19.86	4.42	25.20	26.69	0.28	0.42	0.43	3.04	8.47	8.86	38.44
220	57.69	76.33	78.10	48.84	75.95	78.53	-0.82	18.48	20.32	4.42	25.20	27.18	0.28	0.42	0.43	3.04	8.47	8.99	38.44
221	57.69	76.33	78.55	48.84	75.95	79.17	-0.82	18.48	20.78	4.42	25.20	27.68	0.28	0.42	0.44	3.04	8.47	9.12	38.44
222	57.69	75.44	76.77	48.84	74.66	76.59	-0.82	17.56	18.94	4.42	24.21	25.70	0.28	0.41	0.42	3.04	8.21	8.60	38.46
223	59.02	65.68	69.67	50.77	60.45	66.26	0.56	7.45	11.59	5.91	13.33	17.78	0.29	0.34	0.37	3.43	5.37	6.53	38.48
224	58.14	75.88	76.77	49.48	75.30	76.59	-0.36	18.02	18.94	4.92	24.71	25.70	0.29	0.42	0.42	3.17	8.34	8.60	38.49
225	58.14	75.88	76.33	49.48	75.30	75.95	-0.36	18.02	18.48	4.92	24.71	25.20	0.29	0.42	0.42	3.17	8.34	8.47	38.49
226	59.02	64.79	76.77	50.77	59.16	76.59	0.56	6.53	18.94	5.91	12.34	25.70	0.29	0.34	0.42	3.43	5.11	8.60	38.50
227	60.80	76.33	76.77	53.35	75.95	76.59	2.40	18.48	18.94	7.89	25.20	25.70	0.31	0.42	0.42	3.95	8.47	8.60	38.52
228	57.69	75.44	76.33	48.84	74.66	75.95	-0.82	17.56	18.48	4.42	24.21	25.20	0.28	0.41	0.42	3.04	8.21	8.47	38.53
229	59.47	75.88	76.77	51.42	75.30	76.59	1.02	18.02	18.94	6.40	24.71	25.70	0.30	0.42	0.42	3.56	8.34	8.60	38.56
230	59.47	75.88	76.33	51.42	75.30	75.95	1.02	18.02	18.48	6.40	24.71	25.20	0.30	0.42	0.42	3.56	8.34	8.47	38.56
231	61.24	76.33	76.77	54.00	75.95	76.59	2.86	18.48	18.94	8.38	25.20	25.70	0.31	0.42	0.42	4.07	8.47	8.60	38.60
232	60.80	75.88	76.77	53.35	75.30	76.59	2.40	18.02	18.94	7.89	24.71	25.70	0.31	0.42	0.42	3.95	8.34	8.60	38.62
233	60.80	75.88	76.33	53.35	75.30	75.95	2.40	18.02	18.48	7.89	24.71	25.20	0.31	0.42	0.42	3.95	8.34	8.47	38.62
234	57.69	75.00	76.77	48.84	74.01	76.59	-0.82	17.10	18.94	4.42	23.72	25.70	0.28	0.41	0.42	3.04	8.09	8.60	38.63
235	59.47	59.91	67.45	51.42	52.06	63.04	1.02	1.48	9.29	6.40	6.90	15.31	0.30	0.30	0.36	3.56	3.69	5.89	38.64
236	61.24	75.88	76.77	54.00	75.30	76.59	2.86	18.02	18.94	8.38	24.71	25.70	0.31	0.42	0.42	4.07	8.34	8.60	38.66
237	61.24	75.88	76.33	54.00	75.30	75.95	2.86	18.02	18.48	8.38	24.71	25.20	0.31	0.42	0.42	4.07	8.34	8.47	38.66
238	61.69	75.88	77.22	54.65	75.30	77.24	3.32	18.02	19.40	8.88	24.71	26.19	0.31	0.42	0.43	4.20	8.34	8.73	38.67
239	58.58	70.56	71.45	50.13	67.56	68.85	0.10	12.51	13.43	5.41	18.77	19.76	0.29	0.38	0.38	3.30	6.79	7.05	38.70
240	57.69	75.88	76.77	48.84	75.30	76.59	-0.82	18.02	18.94	4.42	24.71	25.70	0.28	0.42	0.42	3.04	8.34	8.60	38.71
241	57.69	75.88	76.33	48.84	75.30	75.95	-0.82	18.02	18.48	4.42	24.71	25.20	0.28	0.42	0.42	3.04	8.34	8.47	38.72
242	61.69	76.33	77.22	54.65	75.95	77.24	3.32	18.48	19.40	8.88	25.20	26.19	0.31	0.42	0.43	4.20	8.47	8.73	38.73
243	60.36	63.91	77.22	52.71	57.87	77.24	1.94	5.61	19.40	7.39	11.35	26.19	0.30	0.33	0.43	3.82	4.85	8.73	38.76
244	58.58	70.12	76.33	50.13	66.91	75.95	0.10	12.05	18.48	5.41	18.28	25.20	0.29	0.37	0.42	3.30	6.66	8.47	38.78
245	57.69	75.00	77.22	48.84	74.01	77.24	-0.82	17.10	19.40	4.42	23.72	26.19	0.28	0.41	0.43	3.04	8.09	8.73	38.80
246	57.69	73.67	77.22	48.84	72.07	77.24	-0.82	15.72	19.40	4.42	22.23	26.19	0.28	0.40	0.43	3.04	7.70	8.73	38.84
247	62.13	76.33	76.77	55.29	75.95	76.59	3.78	18.48	18.94	9.37	25.20	25.70	0.32	0.42	0.42	4.33	8.47	8.60	38.84
248	57.69	59.02	77.22	48.84	50.77	77.24	-0.82	0.56	19.40	4.42	5.91	26.19	0.28	0.29	0.43	3.04	3.43	8.73	38.86
249	62.13	75.88	76.77	55.29	75.30	76.59	3.78	18.02	18.94	9.37	24.71	25.70	0.32	0.42	0.42	4.33	8.34	8.60	38.87
250	62.13	75.88	76.33	55.29	75.30	75.95	3.78	18.02	18.48	9.37	24.71	25.20	0.32	0.42	0.42	4.33	8.34	8.47	38.87
251	57.69	58.14	77.22	48.84	49.48	77.24	-0.82	-0.36	19.40	4.42	4.92	26.19	0.28	0.29	0.43	3.04	3.17	8.73	38.88
252	57.69	75.44	77.22	48.84	74.66	77.24	-0.82	17.56	19.40	4.42	24.21	26.19	0.28	0.41	0.43	3.04	8.21	8.73	38.89
253	61.69	65.24	77.66	54.65	59.81	77.88	3.32	6.99	19.86	8.88	12.83	26.69	0.31	0.34	0.43	4.20	5.24	8.86	38.90
254	61.69	65.24	78.10	54.65	59.81	78.53	3.32	6.99	20.32	8.88	12.83	27.18	0.31	0.34	0.43	4.20	5.24	8.99	38.90
255	61.69	65.24	78.55	54.65	59.81	79.17	3.32	6.99	20.78	8.88	12.83	27.68	0.31	0.34	0.44	4.20	5.24	9.12	38.90
256	59.47	64.35	76.77	51.42	58.52	76.59	1.02	6.07	18.94	6.40	11.85	25.70	0.30	0.33	0.42	3.56	4.98	8.60	38.90
257	57.69	74.55	77.22	48.84	73.36	77.24	-0.82	16.64	19.40	4.42	23.22	26.19	0.28	0.41	0.43	3.04	7.96	8.73	38.91
.
.
.
17296	65.68	67.90	69.23	60.45	63.68	65.62	7.45	9.75	11.13	13.33	15.80	17.29	0.34	0.36	0.37	5.37	6.02	6.40	217.07

Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot

No	Banyak Titik Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
1	3	3	2	3	3	3	23.45
2	3	3	1	3	1	3	24.99
3	3	3	1	3	3	3	24.99
4	3	3	1	3	2	3	25.34
5	3	3	2	3	1	3	25.41
6	3	3	2	3	2	3	26.28
7	3	1	1	2	2	3	28.55
8	3	1	1	1	2	3	28.55
9	3	1	1	1	1	3	29.01
10	3	1	1	2	1	3	29.01
11	3	2	1	1	1	3	29.04
12	3	2	1	2	1	3	29.04
13	3	2	1	1	2	3	29.05
14	3	2	1	2	2	3	29.05
15	1	1	1	1	2	3	29.86
16	1	1	1	2	2	3	29.89
17	2	1	1	1	2	3	29.90
18	2	1	1	2	2	3	29.90
19	1	2	1	2	1	3	30.21
20	1	2	1	1	1	3	30.21
21	1	1	1	2	1	3	30.21
22	1	1	1	1	1	3	30.21
23	2	1	1	1	1	3	30.21
24	2	1	1	2	1	3	30.21
25	2	2	1	2	1	3	30.21
26	2	2	1	1	1	3	30.21
27	2	2	1	1	2	3	30.22
28	2	2	1	2	2	3	30.22
29	1	2	1	2	2	3	30.28
30	1	2	1	1	2	3	30.61
31	3	1	3	2	2	3	30.83
32	3	1	3	1	2	3	30.83
33	3	1	2	2	2	3	30.93
34	3	1	2	1	2	3	30.93
35	3	1	3	1	1	3	31.19
36	3	1	3	2	1	3	31.19
37	3	1	2	1	1	3	31.45
38	3	1	2	2	1	3	31.45
39	3	3	3	3	1	3	32.13
40	1	1	1	1	2	1	32.20
41	1	1	1	1	2	2	32.23
42	2	1	1	2	2	1	32.24
43	2	1	1	2	2	2	32.24
44	2	1	1	1	2	1	32.24
45	2	1	1	1	2	2	32.24
46	1	1	1	2	2	2	32.24
47	1	1	1	2	2	1	32.24
48	1	1	2	1	2	3	32.24
49	1	1	2	2	2	3	32.27
50	2	1	2	2	2	3	32.28

Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot (lanjutan)

No	Banyak Titik Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
51	2	1	2	1	2	3	32.28
52	3	2	2	1	1	3	32.40
53	3	2	2	2	1	3	32.40
54	3	2	2	2	2	3	32.43
55	3	2	2	1	2	3	32.43
56	2	2	1	2	1	1	32.52
57	2	2	1	2	1	2	32.52
58	1	2	1	1	1	2	32.52
59	2	1	1	2	1	2	32.52
60	2	1	1	2	1	1	32.52
61	1	1	1	2	1	2	32.52
62	1	1	1	1	1	2	32.52
63	2	1	1	1	1	2	32.52
64	2	1	1	1	1	1	32.52
65	1	1	1	2	1	1	32.52
66	1	2	1	1	1	1	32.52
67	1	2	1	2	1	1	32.52
68	2	2	1	1	1	1	32.52
69	1	2	1	2	1	2	32.52
70	2	2	1	1	1	2	32.52
71	2	2	1	2	2	1	32.54
72	2	2	1	2	2	2	32.54
73	2	2	1	1	2	1	32.54
74	2	2	1	1	2	2	32.54
75	1	2	2	2	1	3	32.57
76	2	2	2	1	1	3	32.57
77	1	1	2	2	1	3	32.57
78	2	1	2	1	1	3	32.57
79	2	1	2	2	1	3	32.57
80	1	1	2	1	1	3	32.57
81	1	2	2	1	1	3	32.57
82	2	2	2	2	1	3	32.57
83	1	2	1	2	2	2	32.58
84	2	2	2	2	2	3	32.59
85	2	2	2	1	2	3	32.59
86	1	2	1	2	2	1	32.60
87	1	2	1	1	2	2	32.61
88	1	2	2	2	2	3	32.65
89	1	2	1	1	2	1	32.80
90	3	3	3	3	2	3	32.94
91	1	2	2	1	2	3	32.97
92	1	1	2	1	2	1	33.07
93	1	1	2	1	2	2	33.10
94	2	1	2	2	2	1	33.10
95	2	1	2	2	2	2	33.10
96	2	1	2	1	2	1	33.10
97	2	1	2	1	2	2	33.10
98	1	1	2	2	2	2	33.11
99	1	1	2	2	2	1	33.11
100	2	2	2	1	1	2	33.30

Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot (lanjutan)

No	Banyak Titik Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
101	1	2	2	1	1	2	33.30
102	2	2	2	1	1	1	33.30
103	1	2	2	2	1	1	33.30
104	2	1	2	2	1	1	33.30
105	1	1	2	2	1	2	33.30
106	1	1	2	2	1	1	33.30
107	1	1	2	1	1	2	33.30
108	2	1	2	1	1	2	33.30
109	1	1	2	1	1	1	33.30
110	2	1	2	1	1	1	33.30
111	1	2	2	1	1	1	33.30
112	2	1	2	2	1	2	33.30
113	1	2	2	2	1	2	33.30
114	2	2	2	2	1	1	33.30
115	2	2	2	2	1	2	33.30
116	2	2	2	2	2	1	33.32
117	2	2	2	1	2	2	33.32
118	2	2	2	1	2	1	33.32
119	1	2	2	2	2	2	33.36
120	1	2	2	2	2	1	33.38
121	1	2	2	1	2	2	33.39
122	3	1	3	1	2	1	33.39
123	3	1	3	1	2	2	33.39
124	3	1	3	2	2	1	33.39
125	3	1	3	2	2	2	33.39
126	3	2	3	1	1	3	33.40
127	3	2	3	2	1	3	33.40
128	3	2	3	1	2	3	33.43
129	3	2	3	2	2	3	33.43
130	1	2	2	1	2	1	33.56
131	3	1	3	2	1	2	33.60
132	3	1	3	2	1	1	33.60
133	3	1	3	1	1	1	33.60
134	3	1	3	1	1	2	33.60
135	3	1	1	1	2	1	34.09
136	3	1	1	1	2	2	34.09
137	3	1	1	2	2	1	34.09
138	3	1	1	2	2	2	34.09
139	3	2	1	2	1	2	34.38
140	3	2	1	2	1	1	34.38
141	3	2	1	1	1	1	34.38
142	3	2	1	1	1	2	34.38
143	3	2	1	1	2	1	34.41
144	3	2	1	1	2	2	34.41
145	3	2	1	2	2	1	34.41
146	3	2	1	2	2	2	34.41
147	3	1	1	2	1	2	34.41
148	3	1	1	1	1	1	34.41
149	3	1	1	1	1	2	34.41
150	3	1	1	2	1	1	34.41

Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot (lanjutan)

No	Banyak Titik Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
151	1	1	3	1	2	1	34.46
152	1	1	3	1	2	2	34.47
153	2	1	3	1	2	1	34.48
154	2	1	3	1	2	2	34.48
155	2	1	3	2	2	1	34.48
156	2	1	3	2	2	2	34.48
157	1	1	3	2	2	2	34.48
158	1	1	3	2	2	1	34.48
159	1	2	3	2	1	1	34.68
160	2	2	3	1	1	1	34.68
161	1	2	3	2	1	2	34.68
162	1	2	3	1	1	2	34.68
163	1	2	3	1	1	1	34.68
164	2	1	3	2	1	2	34.68
165	1	1	3	1	1	1	34.68
166	1	1	3	1	1	2	34.68
167	2	1	3	1	1	1	34.68
168	2	1	3	1	1	2	34.68
169	1	1	3	2	1	1	34.68
170	1	1	3	2	1	2	34.68
171	2	2	3	2	1	1	34.68
172	2	1	3	2	1	1	34.68
173	2	2	3	2	1	2	34.68
174	2	2	3	1	1	2	34.68
175	2	2	3	2	2	1	34.71
176	2	2	3	2	2	2	34.71
177	2	2	3	1	2	2	34.71
178	2	2	3	1	2	1	34.71
179	1	2	3	2	2	2	34.74
180	1	2	3	2	2	1	34.75
181	1	2	3	1	2	2	34.76
182	1	2	3	1	2	1	34.90
183	3	2	3	2	1	1	35.03
184	3	2	3	2	1	2	35.03
185	3	2	3	1	1	1	35.03
186	3	2	3	1	1	2	35.03
187	3	2	3	2	2	1	35.06
188	3	2	3	1	2	1	35.06
189	3	2	3	2	2	2	35.06
190	3	2	3	1	2	2	35.06
191	1	1	3	1	2	3	35.84
192	1	1	3	2	2	3	35.87
193	2	1	3	2	2	3	35.88
194	2	1	3	1	2	3	35.88
195	1	2	3	2	1	3	36.13
196	2	2	3	2	1	3	36.13
197	1	1	3	2	1	3	36.13
198	1	1	3	1	1	3	36.13
199	2	1	3	1	1	3	36.13
200	2	1	3	2	1	3	36.13

Lampiran 5. Nilai GCV untuk Kombinasi Titik Knot (lanjutan)

No	Banyak Titik Knot pada Variabel						Nilai GCV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
201	1	2	3	1	1	3	36.13
202	2	2	3	1	1	3	36.13
203	2	2	3	2	2	3	36.15
204	2	2	3	1	2	3	36.15
205	1	2	3	2	2	3	36.21
206	3	2	2	1	1	2	36.41
207	3	2	2	1	1	1	36.41
208	3	2	2	2	1	2	36.41
209	3	2	2	2	1	1	36.41
210	3	2	2	1	2	2	36.43
211	3	2	2	1	2	1	36.43
212	3	2	2	2	2	2	36.43
213	3	2	2	2	2	1	36.43
214	1	2	3	1	2	3	36.51
215	2	2	1	1	3	3	36.76
216	2	2	1	2	3	3	36.76
217	1	2	1	1	3	3	36.76
218	1	2	1	2	3	3	36.76
219	3	1	2	1	2	1	37.02
220	3	1	2	1	2	2	37.02
221	3	1	2	2	2	1	37.02
222	3	1	2	2	2	2	37.02
223	3	1	2	1	1	2	37.25
224	3	1	2	2	1	1	37.25
225	3	1	2	1	1	1	37.25
226	3	1	2	2	1	2	37.25
227	3	2	1	2	3	3	37.31
228	3	2	1	1	3	3	37.31
229	2	1	1	3	2	2	37.52
230	2	1	2	3	2	2	37.63
231	1	1	1	3	2	2	37.78
232	1	1	2	3	2	2	37.81
233	1	2	2	3	2	2	38.38
234	2	2	2	3	2	2	38.47
235	1	1	2	3	1	2	38.51
236	1	2	2	3	1	2	38.51
237	2	1	2	3	1	2	38.51
238	2	2	2	3	1	2	38.51
239	1	2	1	3	2	2	38.56
240	2	2	1	3	2	2	38.66
241	2	2	1	3	1	2	38.71
242	1	2	1	3	1	2	38.71
243	2	1	1	3	1	2	38.71
244	1	1	1	3	1	2	38.71
245	1	3	1	1	1	3	38.90
246	1	3	1	2	1	3	38.90
.
.
.
726	2	3	3	3	3	3	100.84

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* Linier Multivariabel

```
spline.truncated.linier.multivariabel=function(x,y,b,araf.alpha)
{
  source("hasilperhitungan.R")
  source("kombinasiknot.R")
  for (i in 1:ncol(x))
  {plot(x[,i],y,xlab=paste0("x",i))}
  gcv=kombinasi.knot(x,y,b)
  gcvsatuknot=gcv$gcv.1knot
  satuknot=gcv$satuknot.optimum
  gcvduaknot=gcv$gcv.2knot
  duaknot=gcv$duaknot.optimum
  gcvtigaknot=gcv$gcv.3knot
  tigaknot=gcv$tigaknot.optimum
  knot.optimum=gcv$knot.optimum
  gcv.minimum=gcv$gcv.minimum
  beta=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$beta
  tabel.anova=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$tabel.anova
  rsquare=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$R.square
  inferensi=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$inferensi
  ytopi=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$estimasi[,2]
  estimasi=hitung(x,y,knot.optimum,araf.alpha)$estimasi
  write.csv2(estimasi,"nilai estimasi kurva.csv")
  residual=y-ytopi
  plot(y,xlab="pengamatan",ylab="y.dan.ytopi",type="l")
  lines(ytopi,col="red")
  kenormalan=ks.test(residual,"pnorm",mean=mean(residual),sd=sd(residual))
  if(kenormalan$p.value >= araf.alpha)
  {keputusan.kenormalan=c("residual berdistribusi normal")}
  else { keputusan.kenormalan=c("residual tidak berdistribusi normal")}
  gleyjer=hitung(x,abs(residual),knot.optimum,araf.alpha)$tabel.anova
  uji.kenormalan.KS=data.frame(D=as.numeric(kenormalan$statistic),
  p.value=kenormalan$p.value,keputusan=keputusan.kenormalan)
  durbin=durbinWatsonTest(as.vector(residual))
  matriks.truncated=mtruncated(x,knot.optimum)$xtruncated
  p.value.dw=durbinWatsonTest(lm(y~matriks.truncated[,1]))$p
  if(p.value.dw >= araf.alpha){
  keputusan.dw=c("gagal tolak H0")
  }
  else { keputusan.dw=c("tolak H0")}
  cat("=====", "\n")
  cat("satu knot optimum untuk masing-masing variabel", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("", "\n")
  cat("GCV minimum = ",gcvsatuknot, "\n")
  cat("", "\n")
  for (i in 1:length(satuknot)){
  cat("knot optimum variabel ke-",i, "\n")
  cat(satuknot[[i]], "\n")
  cat("", "\n")
  }
  cat("=====", "\n")
  cat("dua knot optimum untuk masing-masing variabel", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("", "\n")
}
```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline Truncated Linier Multivariabel (lanjutan)

```

cat("GCV minimum = ",gcvduaknot,"\n")
cat("\n")
for (i in 1:length(duaknot)){
cat("knot optimum variabel ke-",i,"\n")
cat(duaknot[[i]],"\n")
cat("\n")
cat("=====", "\n")
cat("tiga knot optimum untuk masing-masing variabel", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("\n")
cat("GCV minimum = ",gcvtigaknot,"\n")
cat("\n")
for (i in 1:length(tigaknot)){
cat("knot optimum variabel ke-",i,"\n")
cat(tigaknot[[i]],"\n")
cat("\n")
}
cat("=====", "\n")
cat("hasil kombinasi knot optimum dan GCV minimum", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("GCV minimum = ",gcv.minimum,"\n")
cat("\n")
cat("knot optimum", "\n")
for (i in 1:length(knot.optimum)){
cat("knot optimum variabel ke-",i,"\n")
cat(knot.optimum[[i]],"\n")
cat("\n")
}
cat("\n")
cat("=====", "\n")
cat("tabel anava", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("Sumber      db      SS      MSFhit      P-value      keputusan", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("Regresi      ",tabel.anova[1,3],"      ",round(tabel.anova[1,2],3),"      ",as.character(tabel.anova[1,4]),"
,as.character(tabel.anova[1,5]),      ",as.character(tabel.anova[1,6]),"      ",as.character(tabel.anova[1,7]),"\n")
cat("Error      ",tabel.anova[2,3],"      ",round(tabel.anova[2,2],3),"      ",as.character(tabel.anova[2,4]),"\n")
cat("Total      ",tabel.anova[3,3],"      ",round(tabel.anova[3,2],3),"\n")
cat("=====", "\n")
cat("\n")
cat("\n")
cat("=====", "\n")
cat("parameter beta dan uji individu", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("      delta      standar error      thitung      p-value      keputusan", "\n")
cat("=====", "\n")
for (i in 1:nrow(beta)){
cat("delta", i-1, " ",beta[i],"      ",inferensi[i,2],"      ",inferensi[i,3],"      ",inferensi[i,4],"
",as.character(inferensi[i,5]),"\n")
}

```

Lampiran 6. Program Regresi Nonparametrik Spline Truncated Linier Multivariabel (lanjutan)

```

cat("=====", "\n")
cat("", "\n")
cat("R square =", rsquare, "\n")
cat("", "\n")
cat("", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("Uji kolmogorov-smirnov untuk kenormalan residual ", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("D      P-value      keputusan", "\n")
cat("=====")
cat(as.numeric(kenormalan$statistic), "      ", kenormalan$p.value, "      ", keputusan.kenormalan, "\n")
cat("=====", "\n")
cat("", "\n")
cat("", "\n")
cat("", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("uji Gleyjser", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("Sumber      db      SS      MSFhit      P-value      keputusan", "\n")
cat("=====")
cat("Regresi      ", gleyjser[1,3], "      ", round(gleyjser[1,2],3), "      ", as.character(gleyjser[1,4]), "
", as.character(gleyjser[1,5]), "      ", as.character(gleyjser[1,6]), "      ", as.character(gleyjser[1,7]), "\n")
cat("Error      ", gleyjser[2,3], "      ", round(gleyjser[2,2],3), "      ", as.character(gleyjser[2,4]), "\n")
cat("Total      ", gleyjser[3,3], "      ", round(gleyjser[3,2],3), "\n")
cat("=====", "\n")
cat("", "\n")
cat("", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("uji Durbin Watson ", "\n")
cat("=====", "\n")
cat("DW      P-value      keputusan", "\n")
cat("=====")
cat(as.numeric(durbin), "      ", p.value.dw, "      ", keputusan.dw, "\n")
cat("=====", "\n")
hasil=list(estimas i=estimas i)
return(hasil)
}

```

Lampiran 7. Program Pembentuk Matrik *Spline Truncated* Univariabel

```
truncated<-function(x,orde,k)
{
  library(pracma)
  orde=1
  x<-as.vector(x)
  k<-as.vector(k)
  d<-length(k)
  trun<-matrix(0,nrow=length(x),ncol=orde+d+1)
  xtrun<-matrix(0,nrow=length(x),ncol=orde+d+1)
  for (j in 1:(orde+1)){
    xtrun[,j]<-x^(j-1)}
  for (r in 1:d){
    for (i in 1:length(x)){
      trun[i,r+orde+1]<-ifelse(x[i]>=k[r],(x[i]-k[r])^(orde),0)
    }
  }
  for (j in (orde+2):(orde+1+d)){
    xtrun[,j]=trun[,j]
  }
  H=xtrun%*%pinv(t(xtrun)%*%xtrun)%*%t(xtrun)
  hasil=list(xtrun=xtrun,H=H)
  return(hasil)
}
```


Lampiran 8. Program Pembentuk Matrik *Spline Truncated* Multivariabel

```
mtruncated<-function(x,knot)
{
  library(pracma)
  x=as.matrix(x)
  p=ncol(x)
  xp=vector("list",p)
  if (nrow(x)==1)
  {
    for (r in 1:p)
    {
      xp[[r]]=t(truncated(x[,r],orde,knot[[r]])$xtrun[,-1])
    }
  }
  else
  {
    for (r in 1:p)
    {
      xp[[r]]=truncated(x[,r],orde,knot[[r]])$xtrun[,-1]
    }
  }
  xt=do.call("cbind",xp)
  xtruncated=cbind(rep(1,nrow(x)),xt)
  H=xtruncated%%pinv(t(xtruncated))%%xtruncated%%t(xtruncated)
  hasil=list(xtruncated=xtruncated,H=H)
  return(hasil)
}
```

Lampiran 9. Program GCV *Spline Truncated* Linier Multivariabel Satu Knot

```
gcv1knot<-function(x,y,b){
  source("matriksx.R")
  source("matriktruncated.R")
  x=as.matrix(x)
  y=as.matrix(y)
  gcv<-as.vector(0)
  knot=matrix(0,nrow=b,ncol=ncol(x))
  knott=matrix(0,nrow=b-2,ncol=ncol(x))
  knots=vector("list",b)
  for (j in 1:ncol(x)){
    knot[,j]=seq(min(x[,j]),max(x[,j]),length.out=b)
    knott[,j]=knot[c(-1,-b),j]
  }
  kn=vector("list",ncol(x))
  for (i in 1:nrow(knott)){
    knots[[i]]=knott[i,]
    kn=as.list(knots[[i]])
    gcv[i]=((1/nrow(x))*t(y)%*(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)%*%y)/
    (((1/nrow(x))*sum(diag(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)))^2)
  }
  tabel=cbind(knott,gcv)
  colnames(tabel)<-c(paste0("k1", "x", 1:(ncol(tabel)-1)), "gcv")
  write.csv2(tabel,"1knot.csv")
  if (b-2<10){
    optimum.10=tabel[order(gcv),]
  } else{
    optimum.10=tabel[(order(gcv))[1:10],]
  }
  optimum=min(gcv)
  indeks.knotoptimum=which.min(gcv)
  colnames(optimum.10)<-c(paste0("k1", "x", 1:(ncol(optimum.10)-1)), "gcv")
  cat("=====", "\n")
  cat("satu kr va      riabel", "\n")
  cat("=====", "\n")
  print(optimum.10,row.names=F)
  cat("=====", "\n")
  knot.optimum=knott[indeks.knotoptimum,]
  hasil<-list(knot=tabel,gcv.minimum=optimum,knot.optimum=knot.optimum)
  return(hasil)
}
```

Lampiran 10. Program GCV *Spline Truncated* Linier Multivariabel Dua Knot

```

gcv2knot<-function(x,y,b)
{
  source("matriks.x.R")
  source("matriktruncated.R")
  x=as.matrix(x)
  y=as.matrix(y)
  gcv<-as.vector(0)
  knot=matrix(0,nrow=b,ncol=ncol(x))
  knott=matrix(0,nrow=b-2,ncol=ncol(x))
  kn=vector("list",ncol(x))
  a=vector("list",ncol(x))
  for (j in 1:ncol(x)){
    knot[,j]=seq(min(x[,j]),max(x[,j]),length.out = b)
    knott[,j]=knot[c(-1,-b),j]
    a[[j]]=t(combn(knott[,j],2))
  }
  for (i in 1:nrow(a[[1]]))
  {
    kn=lapply(a,"[",i,1:2)
    gcv[i]=((1/nrow(x))*t(y)%*(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)%*%y)/
    (((1/nrow(x))*sum(diag(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)))^2)
  }
  rr=cbind(1:length(gcv),gcv)
  colnames(rr)<-c("id","gcv")
  urut=rr[order(gcv),]
  urut=round(urut,5)
  knot1=do.call(cbind,a)
  knot1=cbind(knot1,gcv)
  colnames(knot1)=c(rep(paste("k",1:2),ncol(x)),"gcv")
  write.csv2(knot1,"2knot.csv")
  cat("=====", "\n")
  cat("dua knot optimum untuk masing-masing variabel", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("      ",paste0("x",1:ncol(x)),",", "gcv", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[1,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[1], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[1,2])),5),",", "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[2,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[2], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[2,2])),5),",", "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[3,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[3], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[3,2])),5),",", "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[4,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[4], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[4,2])),5),",", "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[5,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[5], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[5,2])),5),",", "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[6,1])),5),",", "urut[, "gcv"])[6], "\n")
  cat("knot 2  ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a,"[",urut[, "id"])[6,2])),5),",", "\n")

```

**Lampiran 10. Program GCV *Spline Truncated* Linier Multivariabel Dua Knot
(lanjutan)**

```

cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[7,1])),5), " )," ",urut[, "gcv"] [7], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[7,2])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[8,1])),5), " )," ",urut[, "gcv"] [8], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[8,2])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[9,1])),5), " )," ",urut[, "gcv"] [9], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[9,2])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[10,1])),5), " )," ",urut[, "gcv"] [10], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[10,2])),5), " )," "\n")
cat("===== ", "\n")
optimum=min(gcv)
indeks.knotoptimum=which.min(gcv)
knot.optimum=lapply(a, "[",indeks.knotoptimum,1:2)
hasil<-list(knot=knot1,gcv.minimum=optimum,knot.optimum=knot.optimum)
return(hasil)
}

```

Lampiran 11. Program GCV *Spline Truncated* Linier Multivariabel Tiga Knot

```

gcv3knot<-function(x,y,b)
{
  source("matriksx.R")
  source("matriktruncated.R")
  x=as.matrix(x)
  y=as.matrix(y)
  gcv<-as.vector(0)
  knot=matrix(0,nrow=b,ncol=ncol(x))
  knott=matrix(0,nrow=b-2,ncol=ncol(x))
  kn=vector("list",ncol(x))
  a=vector("list",ncol(x))
  for (j in 1:ncol(x)){
    knot[,j]=seq(min(x[,j]),max(x[,j]),length.out = b)
    knott[,j]=knot[c(-1,-b),j]
    a[[j]]=t(combn(knott[,j],3))
  }
  for (i in 1:nrow(a[[1]])){
    kn=lapply(a, "[", i, 1:3)
    gcv[i]=((1/nrow(x))*t(y)%*%(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)%*%y)/
    (((1/nrow(x))*sum(diag(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kn)$H)))^2)
  }
  rr=cbind(1:length(gcv),gcv)
  colnames(rr)<-c("id","gcv")
  urut=round(rr[order(gcv),],5)
  knot1=do.call(cbind,a)
  knot1=cbind(knot1,gcv)
  colnames(knot1)=c(rep(paste("k",1:3,ncol(x),"gcv"),
  write.csv2(knot1,"3knot.csv")
  cat("=====", "\n")
  cat("tiga knot optimum untuk masing-masing variabel", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("      ",paste0("x",1:ncol(x),"      "), "gcv", "\n")
  cat("=====", "\n")
  cat("knot 1      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[1,1])),5,"      "), "urut[, "gcv"])[1], "\n")
  cat("knot 2      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[1,2])),5,"      "), "\n")
  cat("knot 3      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[1,3])),5,"      "), "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[2,1])),5,"      "), "urut[, "gcv"])[2], "\n")
  cat("knot 2      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[2,2])),5,"      "), "\n")
  cat("knot 3      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[2,3])),5,"      "), "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[3,1])),5,"      "), "urut[, "gcv"])[3], "\n")
  cat("knot 2      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[3,2])),5,"      "), "\n")
  cat("knot 3      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[3,3])),5,"      "), "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[4,1])),5,"      "), "urut[, "gcv"])[4], "\n")
  cat("knot 2      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[4,2])),5,"      "), "\n")
  cat("knot 3      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[4,3])),5,"      "), "\n")
  cat("-----", "\n")
  cat("knot 1      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[5,1])),5,"      "), "urut[, "gcv"])[5], "\n")
  cat("knot 2      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[5,2])),5,"      "), "\n")
  cat("knot 3      ",paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, "[",urut[, "id"])[5,3])),5,"      "), "\n")

```

Lampiran 11. Program GCV Spline Truncated Linier Multivariabel Tiga Knot (lanjutan)

```

cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[6,1])),5), " )," ", urut[, "gcv"])[6], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[6,2])),5), " )," "\n")
cat("knot 3 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[6,3])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[7,1])),5), " )," ", urut[, "gcv"])[7], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[7,2])),5), " )," "\n")
cat("knot 3 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[7,3])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[8,1])),5), " )," ", urut[, "gcv"])[8], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[8,2])),5), " )," "\n")
cat("knot 3 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[8,3])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[9,1])),5), " )," ", urut[, "gcv"])[9], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[9,2])),5), " )," "\n")
cat("knot 3 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[9,3])),5), " )," "\n")
cat("-----", "\n")
cat("knot 1 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[10,1])),5), " )," ", urut[, "gcv"])[10], "\n")
cat("knot 2 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[10,2])),5), " )," "\n")
cat("knot 3 ", paste0(round(as.numeric(t(lapply(a, ["urut[,\"id\"])[10,3])),5), " )," "\n")
cat("===== ", "\n")
optimum=min(gcv)
indeks.knotoptimum=which.min(gcv)
knot.optimum=lapply(a, ["", indeks.knotoptimum, 1:3)
hasil<-list(knot=knot1, gcv.minimum=optimum, knot.optimum=knot.optimum)
return(hasil)
}

```

Lampiran 12. Program GCV *Spline Truncated* Linier Multivariabel Kombinasi Titik Knot

```

kombinasi.knot=function(x,y,b){
  x=as.matrix(x)
  y=as.matrix(y)
  gcv<-as.vector(0)
  source("matriksx.R")
  source("matriktruncated.R")
  source("gcvsatuknotminimum.R")
  source("gcvduaknotminimum.R")
  source("gcvtigaknotminimum.R")
  k1=gcv1knot(x,y,b)
  knot1=k1$knot.optimum
  k2=gcv2knot(x,y,b)
  knot2=k2$knot.optimum
  k3=gcv3knot(x,y,b)
  knot3=k3$knot.optimum
  knott=vector("list",ncol(x))
  kno=vector("list",ncol(x))
  for (i in 1:ncol(x)){
    knott[[i]]=list(knot1[[i]],knot2[[i]],knot3[[i]])
    kom=expand.grid(knott)
    n.knot=matrix(nrow=nrow(kom),ncol=ncol(kom))
    for (i in 1:nrow(kom)){
      kno=apply(kom,"[",i)
      gcv[i]=((1/nrow(x))*t(y)%*(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kno)$H)%*%y)/
        (((1/nrow(x))*sum(diag(diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))-mtruncated(x,kno)$H)))^2)
      for (j in 1:ncol(kom)){
        n.knot[i,j]=length(unlist(kom[i,j])) }
      tabel=data.frame(n.knot,gcv)
      names(tabel)=c(paste0("x",1:ncol(kom)),"gcv")
      write.csv2(tabel,"kombinasiknot.csv")
      tabel=tabel[order(gcv),]
      kombinasi.aja=n.knot[,]
      tabel.baru=round(tabel[1:15,],4)
      cat("=====","\n")
      cat("kombinasi banyak knot untuk masing-masing variabel","\n")
      cat("=====","\n")
      print(tabel.baru,row.names=F)
      cat("=====","\n")
      optimum=min(gcv)
      indeks.knotoptimum=which.min(gcv)
      knot.optimum=apply(kom,"[",indeks.knotoptimum)
      cat("=====","\n")
      cat("perbandingan nilai gcv minimum","\n")
      cat("=====","\n")
      cat("banyak titik knot", "      ", "gcv minimum","\n")
      cat("=====","\n")
      cat("  1", "      ", "k1$gcv.minimum","\n")
      cat("  2", "      ", "k2$gcv.minimum","\n")
      cat("  3", "      ", "k3$gcv.minimum","\n")
      cat(" kombinasi", "      ", "optimum","\n")
      cat("=====","\n")
      cat("\n")
      cat("\n")
      hasil<-list(gcv.1knot=k1$gcv.minimum,gcv.2knot=k2$gcv.minimum,gcv.3knot=k3$gcv.minimum,
        satuknot.optimum=k1$knot.optimum,duaknot.optimum=k2$knot.optimum,
        tigaknot.optimum=k3$knot.optimum,gcv.minimum=optimum,knot.optimum=knot.optimum)
      return(hasil)}

```

Lampiran 13. Program penghitungan Estimasi Interval Kurva Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* Multivariabel

```

hitung<-function(x,y,knot,araf.alpha)
{
  library(pracma)
  library(car)
  source("matriks.x.R")
  source("matriktruncated.R")
  x=as.matrix(x)
  y=as.matrix(y)
  I=diag(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))
  J=matrix(1,nrow=nrow(x),ncol=nrow(x))
  matriks X=mtruncated(x,knot)$xtruncated
  Ak=mtruncated(x,knot)$H
  beta=pinv(t(matriks X)%*% matriks X)%*% t(matriks X)%*% y
  SSE=t(y)%*% (I-Ak)%*% y
  SST=t(y)%*% (I-(1/nrow(x))*J)%*% y
  SSR=SST-SSE
  R.square=as.numeric((SSR/SST)*100)
  dbr=ncol(matriks X)-1
  dbe=nrow(x)-ncol(matriks X)
  dbt=nrow(x)-1
  MSE=SSE/dbe
  MSR=SSR/dbr
  ytopi=Ak%*% y
  y.upper=ytopi+qt(1-taraf.alpha/2,nrow(x)-ncol(matriks X))*sqrt(MSE*diag(Ak))
  y.lower=ytopi-qt(1-taraf.alpha/2,nrow(x)-ncol(matriks X))*sqrt(MSE*diag(Ak))
  estimasi=data.frame(kurva=y,estimasi.kurva=ytopi,batas.bawah=y.lower,batas.atas=y.upper)
  row.names(estimasi)=paste0("pengamatan",1:nrow(x))
  Se=sqrt(MSE*diag(pinv(t(matriks X)%*% matriks X)))
  Fhitung=MSR/MSE
  p.valueF=pf(Fhitung,dbr,dbe,lower.tail=FALSE)
  keputusan=NULL
  keputusan.1=NULL
  if (p.valueF >= taraf.alpha)
  {keputusan.1=c("gagal tolak Hnol")}
  else {keputusan.1=c("tolak hnol")}
  for (i in 1:length(Se)){
    thitung=beta/Se
    p.value=2*pt(abs(thitung),df=nrow(x)-1,lower=FALSE)
    if (p.value[i]>=taraf.alpha) {
      keputusan[i]=c("gagal tolak Hnol")
    } else {
      keputusan[i]=c("tolak Hnol")
    }
  }
  b<-data.frame(Sumber=c("regresi","error","total"),Sum.of.Square=c(round(SSR,4),round(SSE,4),
round(SST,4)),db=c(dbr,dbe,dbt),mean.of.square=c(round(MSR,4),round(MSE,4),"-"),
Fhitung=c(round(Fhitung,4),"-", "-"),p.value=c(p.valueF,"-", "-"),keputusan=c(keputusan.1,"-", "-"))
inferensi=data.frame(beta=beta,standar.error=Se,t.hitung=thitung,p.value=p.value,keputusan=keputusan)
hasil<-list(estimasi=estimasi,beta=beta,tabel.anova=b,inferensi=inferensi,R.square=R.square,
mse=MSE,Ak=Ak)
return(hasil)
}

```


Lampiran 14. Output Uji Durbin-Watson, Anova Uji Glejser, dan Uji Kolmogorov-Smirnov

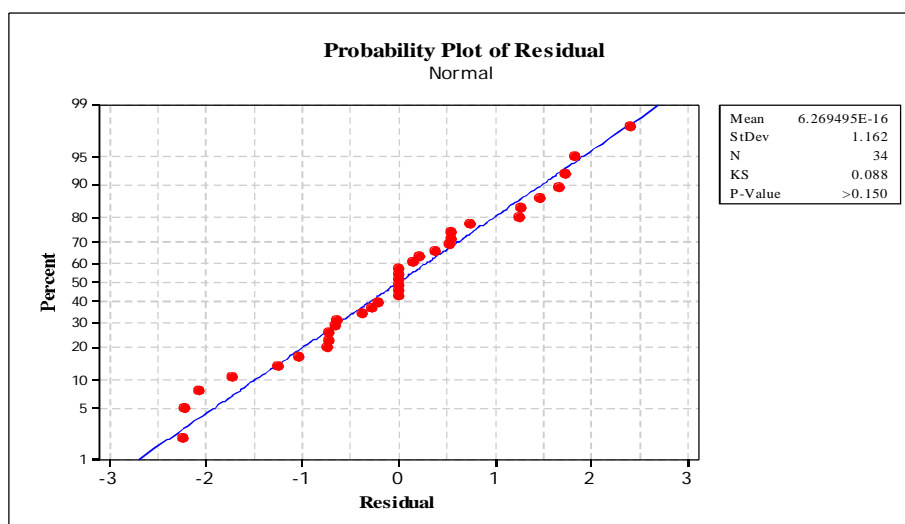
Uji Durbin Watson

DWP-value	keputusan
2.3 0.782	gagal tolak H ₀

Anova dari Uji Glejser

Sumber	db	SS	MS	FHit	P-value
Regresi	1	0.0242	0.0242	0.04	0.840
Error	32	18.6626	0.5832		
Total	33	18.6867			

Uji Kolmogorov-Smirnov



Halaman ini sengaja dikosongkan

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Departemen Statistika Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data (FMKSD) ITS :

Nama : Suprpto

NRP : 06211650017001

Program Studi : Magister Statistika / ~~Doktor Ilmu Statistik~~

menyatakan bahwa data yang digunakan dalam Tesis / ~~Disertasi~~ ini merupakan data sekunder yang diambil dari ~~penelitian~~ / buku/ ~~Tugas Akhir/ Thesis/ Disertasi/~~ publikasi lainnya yaitu:

Sumber : BPS dan KEMENPPPA

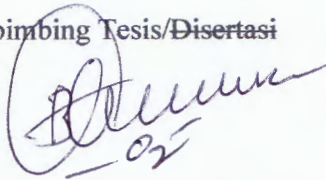
Keterangan : Buku Statistika Indonesia 2016, Berita Resmi Statistik (BRS), dan Buku Pembangunan Manusia Berbasis Gender 2016

Surat pernyataan ini dibuat dengan sebenarnya. Apabila terdapat pemalsuan data maka saya siap menerima sanksi sesuai aturan yang berlaku.

Surabaya, 20 Desember 2017

Mengetahui

Pembimbing Tesis/~~Disertasi~~



Prof.Dr.Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si
NIP.19650603 198903 1 003

Mahasiswa



Suprpto

*(coret yang tidak perlu)

** Mohon dituliskan data primer apabila datanya dikumpulkan sendiri

BIOGRAFI PENULIS



Suprpto lahir di Sragen, Jawa Tengah pada tanggal 8 Oktober 1980, merupakan putra bungsu dari lima bersaudara dari pasangan Bapak Wardoyo dan Ibu Sumini. Penulis pernah mengenyam pendidikan formal yaitu SDN Kedungwaduk I (1987-1993) dan SMPN 1 Kedawung (1993-1996). Penulis sempat putus sekolah selama 2 tahun (1997-1998) karena kondisi ekonomi keluarga dan mengisinya dengan merantau dan bekerja sebagai buruh kasar di Jambi. Berkat tekak kuat untuk menimba ilmu, Penulis melanjutkan sekolah di SMUN 3 Sragen (1998-2001) dan kuliah S1 Matematika di FMIPA UGM DI Yogyakarta (2001-2006). Pada semester VI kuliah S1, Penulis menikah dengan Siti Aminah dan hingga kini dikaruniai anak yaitu Dzacky Fathur Rozaq (Alm), Arkan Haidar Praptana, Abdan Tauhida Praptana (Alm), dan Atmam Azizan Praptana. Selama dan selesai kuliah di UGM, penulis pernah bekerja sebagai tentor di beberapa bimbingan belajar diantaranya yaitu Sanggar Ilmu, Bulak Sumur Assosiation (BSA), Gama Exacta, Neutron Yogyakarta, Neutron Madiun, Neutron Kediri, dan Ganesha Operation Negara. Pada tahun 2009, penulis diterima sebagai CPNS di BPS Provinsi Bali melalui seleksi CPNS jalur umum di DI Yogyakarta. Setelah orientasi kerja selama dua bulan di BPS Provinsi Bali, Penulis ditugaskan sebagai Staf Tata Usaha di BPS Kabupaten Klungkung, Bali (2009-2010), dan Staf Tata Usaha di BPS Kabupaten Jembrana, Bali (2010 s.d. 2015). Saat menjadi Staf Neraca Wilayah dan Analisis Statistik di BPS Kabupaten Jembrana pada tahun 2016, Penulis mendapatkan kesempatan dan kepercayaan untuk melanjutkan pendidikan Magister (S2) di Program Pascasarjana Departemen Statistika, Fakultas Matematika Komputasi dan Sains Data (FKSD), ITS Surabaya. Pembaca yang ingin memberikan kritik, saran dan berdiskusi mengenai penelitian ini dapat menghubungi penulis melalui email praptana@bps.go.id.